МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО

УДК 539.3

Н. С. ГАСАНОВА

АНАЛИЗ ЗАДАЧИ КРУЧЕНИЯ ДЛЯ РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОГО СФЕРИЧЕСКОГО ПОЯСА С ЗАКРЕПЛЕННОЙ БОКОВОЙ ПОВЕРХНОСТЬЮ

Методом однородных решений исследуется задача кручения радиально- неоднородного изотропного сферического пояса. Предполагается, что лицевая поверхность пояса закреплена, а на торцах заданы граничные условия, оставляющие пояса в равновесии. Рассмотрены несколько частных случаев зависимости упругих характеристик от радиуса (линейная зависимость, квадратичная зависимость). Построены однородные решения. Исследовано поведение решения при стремлении параметра тонкостенности к нулю. На основе проведенного асимптотического анализа разъяснен характер напряженно-деформированного состояния. Для перемещений и напряжения получены простые асимптотические формулы.

Ключевые слова: метод однородных решений, пограничный слой, характеристическое уравнение, асимптотическое решение, симметричный оператор.

Методом однорідних рішень досліджується задача крутіння радіально неоднорідного ізотропного сферичного поясу. Передбачається, що лицьова поверхня пояса закріплена, а на торцях задані граничні умови, що залишають пояса в рівновазі. Розглянуто кілька окремих випадків залежності пружних характеристик від радіуса (лінійна залежність, квадратична залежність). Побудовано однорідні рішення. Досліджено поведінку рішення при прагненні параметра тонкостінних до нуля. На основі проведеного асимптотичного аналізу роз'яснено характер напружено-деформованого стану. Для переміщень і напруги отримані прості асимптотичні формули.

Ключові слова: метод однорідних рішень, прикордонний шар, характеристичне рівняння, асимптотичне рішення, симетричний оператор.

The method of homogeneous solutions investigate the problem of torsion radial inhomogeneous isotropic spherical zone. It is assumed that the front surface of the belt is secured, and the ends are given boundary conditions, leaving the belt at equilibrium. Let us consider some special cases, depending on the radius of the elastic characteristics (linear relationship, the quadratic dependence). Built homogeneous solutions. We studied the behavior of the solution as the parameter of thin-walled to zero. On the basis of asymptotic analysis clarifies the nature of the stress-strain state. simple asymptotic formula obtained for the displacements and stresses.

Keywords: method of homogeneous solutions, boundary layer, the characteristic equation, asymptotic solution, a symmetric operator.

Введение. В теории оболочек важное место занимают исследования неоднородных тонкостенных конструкций. Разнообразие неоднородных конструкций и сложность явлений, возникающих при деформации неоднородных оболочек породило ряд прикладных теорий. Области применимости прикладных теорий неоднородных оболочек мало изучены. Существование различных прикладных теорий для неоднородных оболочек требует их критического анализа на основе трехмерных уравнений теории упругости. А также актуальным является анализ неоднородных оболочек с позиций трехмерной теории упругости для создания новых уточненных прикладных теорий.

Постановка задачи. Рассмотрим задачу кручения радиально – неоднородного изотропного сферического пояса. Обозначим через $\Gamma = \{r \in [r_1; r_2],\ \theta \in [\theta_1; \theta_2], \phi \in [0; 2\pi]\}$ область, занятой поясом в сферической системе координат. Сферические части границы пояса $r = r_s$ $(s = 1; 2)$ будем называть лицевыми поверхностями, а конические срезы $\theta = \theta_s$ $(s = 1; 2)$ назовем торцами. Будем считать, что $G = G(r)$ - модуль сдвига произвольных положительных непрерывных функций переменной r.

Уравнения равновесия при отсутствии массовых сил в сферической системе координат r, θ, ϕ имеют вид [1]:

$$\frac{\partial \sigma_{r\phi}}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial \sigma_{\phi\theta}}{\partial \theta} + \frac{3\sigma_{r\phi} + 2\sigma_{\theta\phi} ctg\theta}{r} = 0, \qquad (1)$$

где $\sigma_{r\phi}, \sigma_{\phi\theta}$ – компоненты тензора напряжений, которые выражаются через компоненты вектора перемещений следующим образом [1]:

$$\sigma_{r\phi} = G\left(\frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r}\right); \ \sigma_{\phi\theta} = \frac{G}{r}\left(\frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - u_\phi ctg\theta\right). \qquad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем уравнение равновесия в перемещениях:

$$\begin{gathered}\frac{\partial}{\partial r}\left[G\left(\frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r}\right)\right] + \frac{3G(r)}{r}\left(\frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r}\right) + \\ + \frac{G}{r^2}\left(\frac{\partial^2 u_\phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} ctg\theta - \frac{\cos 2\theta}{\sin^2\theta} u_\phi\right) = 0.\end{gathered} \qquad (3)$$

Здесь $u_\phi = u_\phi(r, \theta)$ – компоненты вектора смешения.

Предположим, что лицевые поверхности пояса закреплены, т.е.

$$u_\phi = 0 \quad \text{при} \quad r = r_s, \qquad (4)$$

а на конических поверхностях (торцах) выполняются следующие граничные условия

$$\sigma_{\phi\theta} = \frac{G(r)}{r}\left(\frac{\partial u_\phi}{\partial \theta} - u_\phi ctg\theta\right) = f_s(r) \quad \text{при } \theta = \theta_s, \qquad (5)$$

где $f_s(r)\ (s=1,2)$ – достаточно гладкие функции, удовлетворяющие условиям равновесия.

Решение задачи. Решение (3) будем искать в виде

$$u_\phi(r,\theta)=\upsilon(r)\cdot m(\theta), \qquad (6)$$

$$m''(\theta)+ctg\theta\cdot m'(\theta)+\left(z^2-\frac{1}{4}-\frac{1}{\sin^2\theta}\right)m(\theta)=0. \qquad (7)$$

После подстановки (6) в (3), (4) с учетом (7) , имеем

где $m(\theta)$ – решение уравнения Лежандра [2]:

$$\begin{cases}\left[G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right]'+\frac{3G(r)}{r}\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)+\frac{G(r)}{r^2}\left(\frac{9}{4}-z^2\right)\upsilon(r)=0, & (8)\\ \upsilon(r)\big|_{r=r_s}=0\ . & (9)\end{cases}$$

(8), (9) представим в следующем виде:

$$A\upsilon=\lambda\upsilon, \qquad (10)$$

где

$$A\upsilon=\left\{-\frac{r^2}{G(r)}\left[G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right]'-3r\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right);\upsilon(r)=0\quad при\quad r=r_s\right\};$$

$$\lambda=\frac{9}{4}-z^2.$$

Введем гильбертово пространство $L_2(r_1,r_2)$ со скалярным произведением

$$(\upsilon,w)=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\upsilon(r)w(r)dr.$$

Лемма: Оператор $A:H\to H$ – положителен.

Доказательство: Для $\forall\ u(\rho),\upsilon(\rho)\in D_A$ имеем

$$(Au,\upsilon)-(u,A\upsilon)=\int_{r_1}^{r_2}G(r)Au\cdot\upsilon(r)dr-\int_{r_1}^{r_2}G(r)u(r)A\upsilon dr=$$

$$=\int_{r_1}^{r_2}\left\{r^2\left[G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right]'u(r)-r^2\left[G(r)\left(u'(r)-\frac{u(r)}{r}\right)\right]'\upsilon(r)+3rG(r)\big(u(r)\upsilon'(r)-u'(r)\upsilon(r)\big)\right\}dr=$$

$$=\int_{r_1}^{r_2}r^2u(r)d\left(G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right)-\int_{r_1}^{r_2}r^2\upsilon(r)d\left(G(r)\left(u'(r)-\frac{u(r)}{r}\right)\right)+3\int_{r_1}^{r_2}rG(r)\big(u(r)\upsilon'(r)-u'(r)\upsilon(r)\big)dr=$$

$$=G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)r^2u(r)\Big|_{r_1}^{r_2}-\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)d\left(r^2\cdot u(r)\right)-G(r)\left(u'(r)-\frac{u(r)}{r}\right)r^2\upsilon(r)\Big|_{r_1}^{r_2}+$$

$$+\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(u'(r)-\frac{u(r)}{r}\right)d\left(r^2\cdot\upsilon(r)\right)+3\int_{r_1}^{r_2}rG(r)\big(u(r)\upsilon'(r)-u'(r)\upsilon(r)\big)dr=$$

$$=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(u'(r)-\frac{u(r)}{r}\right)\cdot\left(2r\upsilon(r)+r^2\cdot\upsilon'(r)\right)dr-\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\left(2ru(r)+r^2\cdot u'(r)\right)dr+$$

$$+3\int_{r_1}^{r_2}rG(r)\big(u(r)\upsilon'(r)-u'(r)\upsilon(r)\big)dr=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\big(3ru'(r)\cdot\upsilon(r)-3ru(r)\upsilon'(r)\big)dr+$$

$$+\int_{r_1}^{r_2}G(r)\big(3ru(r)\cdot\upsilon'(r)-3r\upsilon(r)u'(r)\big)dr=0$$

т. е. $(Au,\upsilon)=(u,A\upsilon)$ и оператор A симметричен.

Далее

$$(A\upsilon,\upsilon)_H=\int_{r_1}^{r_2}G(r)A\upsilon\cdot\upsilon dr=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left\{-\frac{r^2}{G(r)}\left[G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right]'-3r\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right\}\upsilon(r)dr=$$

$$=-\int_{r_1}^{r_2}r^2\upsilon(r)\left[G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\right]'dr-\int_{r_1}^{r_2}3rG(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\upsilon(r)dr=$$

$$=-r^2\upsilon(r)G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\Bigg|_{r_1}^{r_2}+\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\left(r^2\upsilon(r)\right)'dr-\int_{r_1}^{r_2}3rG(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)\upsilon(r)dr=$$

$$=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left[\upsilon^2(r)-2r\upsilon(r)\upsilon'(r)+\left(r\upsilon'(r)\right)^2\right]dr=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(r\upsilon'(r)-\upsilon(r)\right)^2dr=$$

$$=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)^2r^2dr\geq 0.$$

Допустим $(A\upsilon,\upsilon)_H=0$. Это означает, что

$$\int_{r_1}^{r_2}G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)^2r^2dr=0.$$

Подинтегральная функция неотрицательна, а из обращения в нуль интеграла, имеем

$$G(r)\left(\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}\right)r^2=0,$$

т. е.

$$\upsilon'(r)-\frac{\upsilon(r)}{r}=0$$

Следовательно,

$$\upsilon(r)=Cr.$$

В силу краевых условий (9), получаем, что $\upsilon(r)=0$.

Равенство $(A\upsilon,\upsilon)=0$ выполняется только при $\upsilon=0$. Таким образом, оператор A положителен.

Собственные значения λ_k оператора A положительны и $\lambda_k\to\infty$ при $k\to\infty$. Множество собственных функций $\{\upsilon_k(r)\}\left(k=\overline{0;\infty}\right)$ образует ортогональный базис в пространства H [3]. Отметим, что

$$(\upsilon_k,\upsilon_t)_H=d_k\cdot\delta_{kt} \tag{11}$$

где

$$d_k=(\upsilon_k,\upsilon_k)=\int_{r_1}^{r_2}G(r)\cdot\upsilon_k^2(r)dr$$

и для всех $\upsilon(r)\in H$ справедливо представление

$$\upsilon(r)=\sum_{k=0}^{\infty}c_k\upsilon_k(r),\ c_k=\frac{(\upsilon,\upsilon_k)_H}{d_k}.$$

Рассмотрим несколько частных случаев зависимости упругих характеристик от r [4–7].

Линейная зависимость. Допустим модуль сдвига заданы в виде:

$$G(r)=G_0\cdot r, \tag{12}$$

где G_0 – постоянная.

С учетом (12) из (8), (9) имеем:

$$\begin{cases} r^2\upsilon''(r)+3r\upsilon'(r)-\left(\dfrac{3}{4}+z^2\right)\upsilon(r)=0, & (13)\\ \upsilon(r)=0\quad при\qquad r=r_s;\ (s=1,2). & (14)\end{cases}$$

Общее решение (13) имеет вид:

$$\upsilon(r)=C_1r^{-1-a}+C_2r^{-1+a}. \tag{15}$$

где C_1,C_2. произвольные постоянные; $a=\sqrt{z^2+\dfrac{7}{4}}$.

С помощью (15) удовлетворяя граничным условиям (14), получаем однородную линейную систему относительно C_1,C_2. Из условия существования нетривиальных решений этой системы имеем характеристическое уравнение:

$$sh\left(2\varepsilon\sqrt{z^2+\frac{7}{4}}\right)=0. \tag{16}$$

где $\varepsilon=\dfrac{1}{2}\ln\left(\dfrac{r_2}{r_1}\right)$ – малый параметр, характеризующий толщину оболочки.

Уравнение (16) имеет счетное множество корней

$$z_n^{\pm}=\pm i\sqrt{\frac{7}{4}+\frac{\pi^2n^2}{4\varepsilon^2}},\ (n=1,2,...) \tag{17}$$

Перемещения и напряжения, соответствующие корням (17), имеют вид:

$$u_\phi(r,\theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{r} \sin\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) \cdot m_n(\theta),$$

$$\sigma_{r\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_0}{r} \left[\frac{\pi n}{2\varepsilon} \cos\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) - 2\sin\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right)\right] \cdot m_n(\theta),$$

$$\sigma_{\theta\phi} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_0}{r} \sin\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right)\left(m_n'(\theta) - m_n(\theta) ctg\theta\right).$$

Квадратичная зависимость.

Допустим модуль сдвига задан в виде:

$$G(r) = G_0 r^2. \tag{18}$$

С учетом (18) из (8), (9), имеем:

$$\begin{cases} r^2 \upsilon''(r) + 4r\upsilon'(r) - \left(\frac{7}{4} + z^2\right)\upsilon(r) = 0, & (19) \\ \upsilon(r) = 0 \quad при \quad r = r_s;\ (s = 1,2). & (20) \end{cases}$$

Общее решение (19) имеет вид:

$$\upsilon(r) = C_3 r^{-\frac{3}{2}-t} + C_4 r^{-\frac{3}{2}+t}; \tag{21}$$

где C_3, C_4. произвольные постоянные; $t = \sqrt{z^2 + 4}$.

После подстановки (21) в (20), получаем характеристическое уравнение:

$$sh\left(2\varepsilon\sqrt{z^2+4}\right) = 0. \tag{22}$$

Уравнения (22) имеет счетное множество корней

$$z_n^{\pm} = i\sqrt{4 + \frac{\pi^2 n^2}{4\varepsilon^2}},\ (n = 1,2,...) \tag{23}$$

Перемещения и напряжения, соответствующие корням (23), имеют вид:

$$u_\phi(r,\theta) = -\sum_{n=1}^{\infty} r^{-3/2} \sin\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) \cdot m_n(\theta),$$

$$\sigma_{r\phi} = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_0}{\sqrt{r}} \left[\frac{5}{2} \sin\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) + \frac{\pi n}{2\varepsilon} \cos\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right)\right],$$

$$\sigma_{\theta\phi} = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{G_0}{\sqrt{r}} \sin\left(\frac{\pi n}{2\varepsilon} \ln\left(\frac{r_2}{r}\right)\right) \cdot \left(m_n'(\theta) - m_n(\theta) ctg\theta\right).$$

Для группы корней (17), (23) главный член асимптотического решения уравнения (7) имеет вид [5]:

$$m_n(\theta) = \begin{cases} \left(\frac{\pi n}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} \exp\left[\frac{-\pi n}{2\varepsilon}(\theta - \theta_1)\right] \cdot (1 + O(\varepsilon)), \text{в окрестности } \theta = \theta_1 \\ \left(\frac{\pi n}{2}\right)^{-\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{\sin\theta}} \exp\left[\frac{\pi n}{2\varepsilon}(\theta - \theta_2)\right] \cdot (1 + O(\varepsilon)), \text{в окрестности } \theta = \theta_2. \end{cases}$$

Напряженное состояние, соответствующее группе корней (17), (23), имеет характер пограничного слоя [5;8-10]. Решение (3), удовлетворяющее граничным условиям (4), можно представить в виде

$$u_\phi(r,\theta) = \sum_{k=1}^{\infty} \upsilon_k(r) m_k(\theta), \tag{24}$$

где

$m_k(\theta) = A_k P^1_{z_k - 1/2}(\cos\theta) + B_k Q^1_{z_k - 1/2}(\cos\theta)$;

$P^1_{z_k-1/2}(\cos\theta), Q^1_{z_k-1/2}(\cos\theta)$ – присоединенные функции Лежандра, соответственно первого и второго рода; A_k, B_k – произвольные постоянные; $z_k = \sqrt{9/4 - \lambda_k}$.

На основании (24) имеем:

$$\sigma_{\theta\phi} = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{G(r)}{r} \upsilon_k(r)\left[m_k'(\theta) - m_k(\theta) ctg\theta\right]. \tag{25}$$

(25) подставляем в (5):

$$\sum_{k=1}^{\infty} G(r)\upsilon_k(r)\left[m_k'(\theta) - m_k(\theta) ctg\theta\right] = r f_s(r),$$

при $\theta = \theta_s, (s = 1;2)$. (26)

Умножая (26) скалярно на $\upsilon_t(r)\ (t = 1,2...)$, при учете условий (11), имеем:

$$m_k'(\theta) - m_k(\theta) ctg\theta = \frac{1}{\int_{r_1}^{r_2} G(r)\upsilon_k^2(r)dr} \times \int_{r_1}^{r_2} r f_s(r)\upsilon_k(r)dr \tag{27}$$

при $\theta = \theta_s, (s = 1;2)$.

Постоянные A_k, B_k определяются из системы (27)

Выводы

Полученные решения имеют характер пограничного слоя и локализованы у торцов оболочки. Первые члены решения эквивалентны краевому эффекту Сен-Венана неоднородной плиты.

Список литературы:

1. *Лурье, А. И.* Теория упругости [Текст] / *А. И. Лурье*. – Москва: Наука, 1970. – 939 с.
2. *Бейтмен, Г.* Высшие трансцендентные функции [Текст] / *Г. Бейтмен, А. Эрдейи.* – Москва:Наука, 1967. – 296 с.
3. *Колмогоров, А. Н.* Элементы теории функций и функционального анализа [Текст] / *А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин*. – ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 572 с.
4. *Ломакин, В. А.* Теория упругости неоднородных тел [Текст] / *В. А. Ломакин*. – Москва: МГУ, 1976. – 367.
5. *Akhmedov, N. K.* Studying the problem of torsion of a spherical shell with variable shear module [Text] / *N. K. Akhmedov, N. S. Gasanova* // Transactions of NAS of Azerbaijan. – 2016. – № 36 (7). – P. 3–10.
6. *Ахмедов, Н. К.* Задача кручения для радиально-неоднородной трансверсально-изотропной сферы малой толщины [Текст] / *Н. К. Ахмедов, Т. Б. Мамедова* // Вестник Бакинского Университета. – 2011. – № 1. – С. 83–91.
7. *Акперова, С. Б.* Анализ задачи кручения трансверсально-изотропного цилиндра малой толщины с переменными модулями сдвига [Текст] / *С. Б. Акперова* // Вестник Донского Государственного Технического Университета. – 2010. – Т. 10, № 5 (48). – С. 623–629.

8. *Мехтиев, М. Ф.* Асимптотический анализ некоторых пространственных задач теории упругости для полых тел [Текст] / *М. Ф. Мехтиев.* – Баку: «Элм», 2008. – 320 с.
9. *Мехтиев, М. Ф.* Метод однородных решений в анизотропной теории оболочек [Текст] / *М. Ф. Мехтиев.* – Баку: Чашыоглу, 2009. – 336 с.
10. *Ахмедов, Н. К.* Асимптотический анализ трехмерной задачи теории упругости для радиально – неоднородного трансверсально - изотропного полого цилиндра [Текст] / *Н. К. Ахмедов, С. Б. Акперова* // Известия Российской Академии Наук. Механика твердого тела. – 2011. – № 4. – С. 170–180.

Bibliography (transliterated):

1. Lur'e, A. I. (1970). Teorija uprugosti. Moscow: Nauka, 939.
2. Bejtmen, G., Jerdeji, A. (1967). Vysshie transcendentnye funkcii. Moscow: Nauka, 296.
3. Kolmogorov, A. N., Fomin, S. V. (2006). Jelementy teorii funkcij i funkcional'nogo analiza. FIZMATLIT, 572.
4. Lomakin, V. A. (1976). Teorija uprugosti neodnorodnyh tel. Moscow: MGU, 367.
5. Akhmedov, N. K., Gasanova, N. S. (2016). Studying the problem of torsion of a spherical shell with variable shear module. Transactions of NAS of Azerbaijan, 36 (7), 3–10.
6. Ahmedov, N. K., Mamedova, T. B. (2011). Zadacha kruchenija dlja radial'no-neodnorodnoj transversal'no-izotropnoj sfery maloj tolshhiny. Vestnik Bakinskogo Universiteta, 1, 83–91.
7. Akperova, S. B. (2010). Analiz zadachi kruchenija transversal'no-izotropnogo cilindra maloj tolshhiny s peremennymi moduljami sdviga. Vestnik Donskogo Gosudarstvennogo Tehnicheskogo Universiteta, 10(5(48)), 623–629.
8. Mehtiev, M. F. (2008). Asimptoticheskij analiz nekotoryh prostranstvennyh zadach teorii uprugosti dlja polyh tel. Baku: «Jelm», 320.
9. Mehtiev, M. F. (2009). Metod odnorodnyh reshenij v anizotropnoj teorii obolochek. Baku: Chashyoglu, 336.
10. Ahmedov, N. K., Akperova, S. B. (2011). Asimptoticheskij analiz trehmernoj zadachi teorii uprugosti dlja radial'no – neodnorodnogo transversal'no – izotropnogo pologo cilindra. Izvestija Rossijskoj Akademii Nauk. Mehanika tverdogo tela, 4, 170–180.

Поступила (received) 18.11.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Аналіз завдання кручення для радіально-неоднорідного сферичних пояс з закріпленою бічний поверхнею/ Н. С. Гасанова// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 49(1221). – С.3–7. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Анализ задачи кручения для радиально-неоднородного сферического пояса с закрепленной боковой поверхностью/ Н. С. Гасанова// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 49(1221). – С.3–7. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Analysis torsion problem for radial-inhomogeneous spherical belt with a side surface of the fixing/ N. S. Hasanova//Bulletin of NTU "KhPI". Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU "KhPI", 2016. – No 49 (1221).– P.3–7. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2079-5459.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Гасанова Натаван Сабір кизи – старший викладач кафедри «Геометрія», Гянджінський державний університет, вул. Гейдар Алієв, 187, м Гянджа, Азербайджан, AZ2000, e-mail: raufhesenovgence@gmail.com.

Гасанова Натаван Сабир кызы – старший преподаватель кафедры «Геометрия», Гянджинский государственный университет, ул. Гейдар Алиев, 187, г. Гянджа, Азербайджан, AZ2000, e-mail: raufhesenovgence@gmail.com.

Hasanova Natavan Sabir – Ganja State University, senior lecturer in "Geometry", str. Heydar Aliyev, 187 Ganja, Azerbaijan, AZ2000; tel.: 050-333-61-14; e-mail: raufhesenovgence@gmail.com.

УДК 546.814-31

К. С. РЕБРОВА, Т. А. ДОНЦОВА, І. М. АСТРЕЛІН

СТАНУМУ (IV) ОКСИД, ОТРИМАНИЙ ЗОЛЬ-ГЕЛЬ МЕТОДОМ, ЯК МАТЕРІАЛ ДЛЯ ГАЗОВИХ СЕНСОРІВ

В статті розглядається золь-гель синтез чутливих металоксидних шарів на основі стануму (IV) оксиду, перевагою якого є висока однорідність та розвинена площа поверхні синтезованих матеріалів. Синтезовані нанокристалічні порошки SnO_2 було досліджено термічним аналізом, електронною мікроскопією та дифракційними методами аналізу. Показано, що тип розчинника чинить значний вплив на розміри ОКР та частинок SnO_2. Вивчені вольт-амперні характеристики плівок з порошків стануму (IV) оксиду свідчать про суттєву відмінність в їх електропровідності. Винайдені результати свідчать, що отримані порошки можна використовувати в газових сенсорах за більш низьких температур.

Ключові слова: стануму (IV) оксид, золь-гель метод, газові сенсори, нанокристалічні порошки, вольт-амперні характеристики.

В статье рассматривается золь-гель синтез чувствительных металоксидных слоев на основе олова (IV) оксида, преимуществом которого является высокая однородность и развитая площадь поверхности синтезированных материалов. Синтезированные нанокристаллические порошки SnO_2 были исследованы термическим анализом, электронной микроскопией и дифракционным методами анализа. Показано, что тип растворителя оказывает значительное влияние на размеры ОКР и частиц SnO_2. Исследованные вольт-амперные характеристики пленок из порошков олова (IV) оксида свидетельствуют о существенных отличиях в их электропроводности. Полученные результаты свидетельствуют, что синтезированные порошки можно использовать в газовых сенсорах при более низких температурах.

Ключевые слова: олова (IV) оксид, золь-гель метод, газовые сенсоры, нанокристаллические порошки, вольт-амперные характеристики.