

УДК 621.646-62-82:519.87

Т. Я. ТАВАНЮК

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СЛЕДЯЩЕГО ПРИВОДА

Представлена типовая нелинейная математическая модель следящего привода с дроссельным регулированием. Математическая модель адаптирована на приводы специального технологического оборудования, построенные на основе стандартных модулей, с использованием для оценки динамических характеристик паспортных данных устройств привода. Даны рекомендации по заданию исходных данных и выбору граничных данных условий для численного моделирования математической системы. Представлена оценка устойчивости, качества регулирования и коррекции динамических свойств привода.

Ключевые слова: следящий привод, электрогидравлический усилитель, математическая модель, динамические характеристики.

Введение. Современное специальное технологическое оборудование, в частности оборудование для механической обработки материалов, предъявляет высокие требования к характеристикам приводов по точности реализации заданных законов движения выходного звена, что достигается использованием следящего привода (СП).

Анализ последних исследований и публикаций. Важным этапом в проектировании ЭГСП является оценка устойчивости, качества регулирования и коррекция динамических свойств привода. Выполнение данного этапа связано с разработкой математической модели нестационарных электрогидромеханических процессов, протекающих в приводе. Математические модели динамических процессов, представленные в литературе [1 – 4], не могут быть обобщены на весь класс рассматриваемых ЭГСП. Ряд из них ориентирован на определенные конструкции устройств привода, в особенности ЭГУ (в основном

авторы рассматривают двухкаскадные ЭГУ типа сопло-заслонка-золотник с пружинным подпором золотника). В своем большинстве модели требуют определения параметров, которые не могут быть оценены из паспортных данных стандартных устройств или выявлены на стадии предварительного проектирования. Удобные в рассмотрении линейные модели допускают ряд существенных упрощений (аппроксимация расходно-перепадных характеристик, исключение зон насыщения и нечувствительности и др.). В этой связи возникает потребность иметь универсальную модель СП. Так как проектирование приводов чаще всего осуществляется на базе стандартных модулей [5–7], данная модель должна предельно отражать характеристики элементов и динамические процессы для минимального набора параметров, содержащихся в технических данных номенклатуры выпускаемых устройств.

Пример следящего привода с дроссельным регулированием представлен на рис. 1.

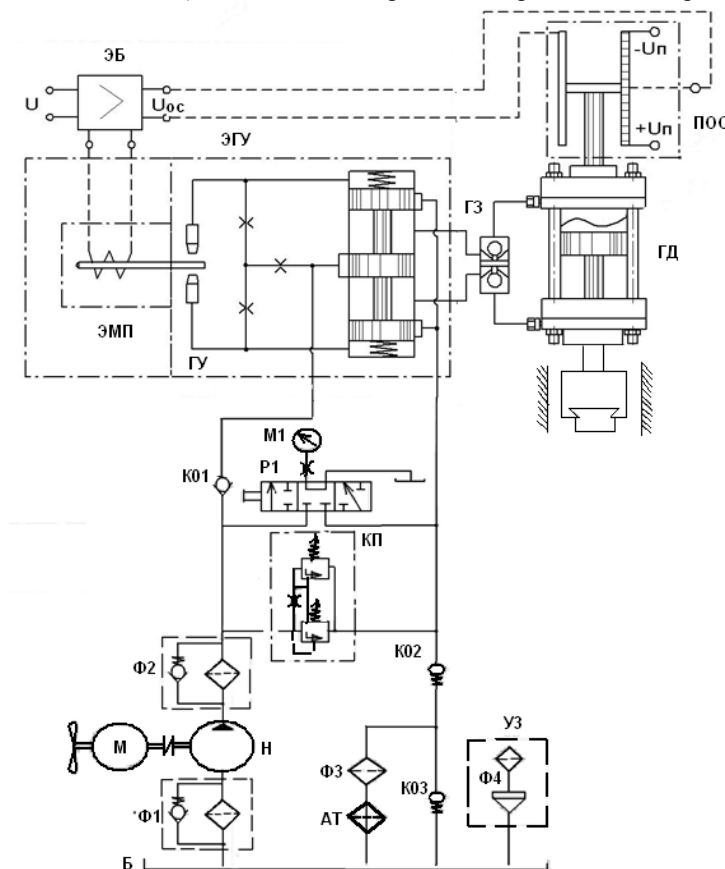


Рис. 1 – Принципиальная схема СП: ЭБ – электрический блок; ЭМП – электромеханический преобразователь; ГУ – гидроусилитель; ЭГУ – электрогидравлический усилитель; ГД – гидродвигатель ©Т. Я. Таванюк. 2015

Целью работы является разработка типовой нелинейной математической модели электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием, адаптированной на приводы специального технологического оборудования, построенные на основе стандартных модулей, с использованием для оценки динамических характеристик паспортных данных устройств привода.

Материалы и результаты исследования. Выделим основные элементы ЭГСП: ГД, ЭГУ, ДОС, ЭБ. В дальнейшем рассматриваем расчетную схему привода, представленную на рис. 2, а.

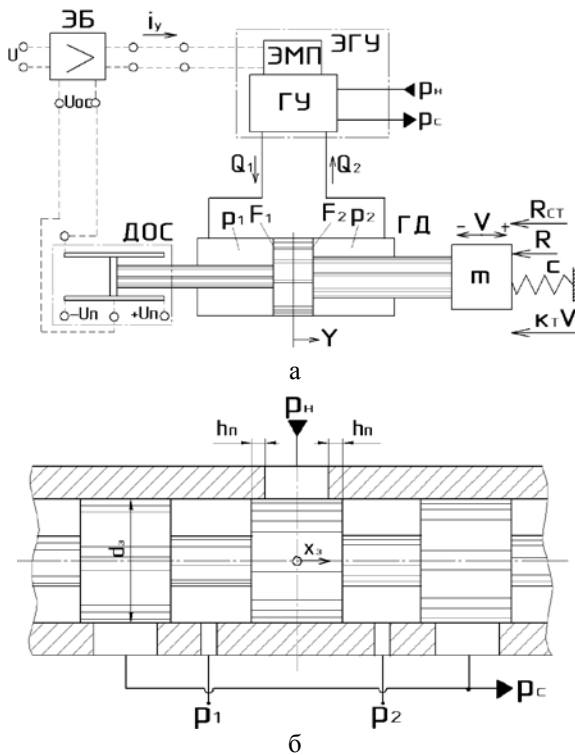


Рис. 2 – Расчетная схема привода: а - расчетная схема ЭГСП; б – расчетная схема выходного каскада ЭГУ

Для ГД поступательного действия общепринятая динамическая модель [1] представлена системой из уравнений движения поршня и уравнений баланса расходов в полостях гидроцилиндра с учетом сжимаемости рабочей жидкости:

$$\begin{cases} m \frac{dV}{dt} = p_1 F_1 - p_2 F_2 - cY - k_T V - R_{CT} \text{sign} V - R; \\ \frac{dY}{dt} = V, -H/2 \leq Y \leq H/2; \\ \frac{W_{HO} + F_1(H/2 + Y)}{E_J} \frac{dp_1}{dt} = Q_1 - F_1 V; \\ \frac{W_{HO} + F_2(H/2 - Y)}{E_J} \frac{dp_2}{dt} = -Q_2 + F_2 V. \end{cases} \quad (1)$$

где Y, V – перемещение и скорость поршня (обычно перемещение поршня считают от его среднего положения); p_1, p_2 – давления в полостях гидроцилиндра; m – приведенная масса подвижных частей; F_1, F_2 – эффективные площади; c – жесткость позиционной нагрузки; k_T – коэффициент силы вязкого трения; R_{CT} – сила сухого трения; R – нагрузка; H – ход поршня;

E_J – модуль упругости рабочей жидкости; W_{HO}, W_{CO} – «мертвые» объемы напорной и сливной магистралей.

ДОС принято описывать линейным безинерционным звеном [8], связывающим напряжение обратной связи U_{OC} и перемещение Y :

$$U_{OC} = k_{OC} Y, \quad (2)$$

где k_{OC} – коэффициент передачи ДОС.

ЭГУ в номенклатуре серийно выпускаемой гидроаппаратуры представлены как дросселирующие гидрораспределители и распределители с пропорциональным управлением [6]. В выходном каскаде усиления ЭГУ обычно используется золотниковый гидроусилитель, расчетная схема которого приведена на рис. 2, б. Предлагается связывать смещение золотника от нейтрального положения x_3 с током в обмотке управления i_y линейным динамическим звеном второго порядка:

$$T_{2y} \frac{d^2 x_3}{dt^2} + T_{1y} \frac{dx_3}{dt} + x_3 = k i_y, \quad (3)$$

здесь k_{xi} – коэффициент передачи ЭГУ.

Постоянные времени T_{2y}, T_{1y} известным образом [9] определяются по частотам ν_1, ν_2 :

$$T_{2y} = \frac{1}{2\pi\nu_2}; T_{1y} = \frac{1}{2\pi\nu_1} - \frac{2\pi\nu_1}{(2\pi\nu_2)^2}. \quad (4)$$

Золотник имеет ограничения по перемещению, что отражается уравнением $|x_3| \leq x_{max}$, где x_{max} – максимальное смещение золотника от нейтрального положения.

Уравнения расходов в линиях ЭГУ, связывающих его с ГД, с учетом положительного перекрытия поясками золотника окон в распределительной втулке имеют вид:

$$Q_x = \begin{cases} \mu_3 \pi d_3 k_n (h - n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p - p_1|} * \\ \text{sign}(pp - x), h > n; \\ h \quad 0, |x_3| \leq n; \\ \mu_3 \pi d_3 k_n (h + n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p - c|} \\ \text{sign}(pp - x), h < -n; \end{cases} \quad (5)$$

$$Q_x = \begin{cases} \mu_3 \pi d_3 k_n (h - n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p - c|} * \\ \text{sign}(pp - x), h > n; \\ h \quad 0, |x_3| \leq n; \\ \mu_3 \pi d_3 k_n (h + n) \sqrt{\frac{2}{\rho} |p - p_2|} * \\ \text{sign}(pp - x), h < -n; \end{cases} \quad (6)$$

где p_H, p_C – давление насосной станции и на сливе; h_n – величина положительного перекрытия; μ_3 – коэффициент расхода щели золотника; d_3 – диаметр золотника; k_n – коэффициент полноты использования периметра золотника; ρ – плотность рабочей жидкости.

ЭБ на стадии предварительного проектирования ЭГСП рассматривается как идеальный усилитель [10]:

$$U_{yc} = k_{yc}(U - U_{oc}), \quad (7)$$

где U – входное (управляющее) напряжение; U_{yc} – напряжение на выходе ЭБ; k_{yc} – коэффициент усиления ЭБ.

Выходной каскад ЭБ соединен с управляющей обмоткой ЭГУ и образует с ней единую электрическую цепь, содержащую как активное, так и индуктивное сопротивление. Поэтому, без учета противо-ЭДС, имеем следующее дифференциальное уравнение:

$$L_y \frac{di_y}{dt} + R_3 i_y = U_{yc}, \quad (8)$$

где L_y – индуктивность обмотки управления; R_3 – активное сопротивление электрической цепи.

Также, ЭБ ограничивает ток в электрической цепи максимальным значением i_{max} для управляющей обмотки ЭГУ:

$$|i_y| \leq i_{max}. \quad (9)$$

Для сокращения числа исходных параметров, упрощения математической модели и удобства анализа результатов представим уравнения в безразмерной форме. С этой целью введем безразмерные переменные:

$$\begin{cases} \bar{U} = U / U^*; \bar{U}_{yc} = U_{yc} / U^*; \bar{U}_{oc} = U_{oc} / U^*; \\ \bar{i} = i_y / i^*; \bar{x} = x / x^*; \\ \bar{Q}_1 = Q_1 / Q^*; \bar{Q}_2 = Q_2 / Q^*; \\ \bar{p}_1 = p_1 / p^*; \bar{p}_2 = p_2 / p^*; \bar{R} = R / R^*; \\ \bar{Y} = Y / Y^*; \bar{V} = V / V^*; \end{cases} \quad (10)$$

где масштабы переменных определены следующим образом:

$$\begin{cases} U^* = k_{oc} H / 2; i^* = i_{max}; x^* = x_{max}; \\ Q^* = \mu_3 \pi d_3 k_{II} x^* \sqrt{\frac{p_H}{\rho}}; p^* = p_H; \\ Y^* = H / 2; V^* = Q^* / F_1; R^* = p_H F_1. \end{cases} \quad (11)$$

Считая линейной статическую характеристику ЭГУ $x_3(i_y)$, можно положить, что $k_{Xi} = x_{max} / i_{max}$. Тогда для безразмерных переменных (10) с учетом (11) имеем систему уравнений:

$$\begin{cases} \bar{U}_{oc} = k_{oc}^2 \bar{Y}; \\ \bar{U}_{yc} = k_{yc}(\bar{U} - \bar{U}_{oc}); \\ T_0 \frac{d\bar{i}}{dt} + \bar{i} = k_0 \bar{U}_{yc}; \\ |\bar{i}| \leq 1; \\ T_{2y}^2 \frac{d^2 \bar{x}}{dt^2} + T_{1y} \frac{d\bar{x}}{dt} + \bar{x} = \bar{i}; |\bar{x}| \leq 1; \\ |\bar{x}| \leq 1; \\ \bar{Q}_1 = \begin{cases} (\bar{x} - \bar{h}) \sqrt{2|1 - \bar{p}_1|} * \\ *sign(1 - \bar{p}_1), \bar{x} > \bar{h}; \\ 0, |\bar{x}| \leq \bar{h}; \\ (\bar{x} + \bar{h}) \sqrt{2|\bar{p}_2 - \bar{p}_c|} * \\ *sign(\bar{p}_2 - \bar{p}_c), \bar{x} < -\bar{h}; \end{cases} \\ \bar{Q}_2 = \begin{cases} (\bar{x} - \bar{h}) \sqrt{2|\bar{p}_2 - \bar{p}_c|} * \\ *sign(\bar{p}_2 - \bar{p}_c), \bar{x} > \bar{h}; \\ 0, |\bar{x}| \leq \bar{h}; \\ (\bar{x} + \bar{h}) \sqrt{2|1 - \bar{p}_2|} * \\ *sign(1 - \bar{p}_2), \bar{x} < -\bar{h}; \end{cases} \\ T_1 \frac{d\bar{p}_1}{dt} = \frac{1}{1 + \bar{W}_{HO} + \bar{Y}} (\bar{Q}_1 - \bar{V}); \\ T_2 \frac{d\bar{p}_2}{dt} = \frac{1}{1 + \bar{W}_{CO} - \bar{Y}} (-\bar{Q}_2 + k_1 \bar{V}); \\ T_3 \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{p}_1 - k_1 \bar{p}_2 - k_2 \bar{Y} - k_3 \bar{V} - \\ - k_4 sign(\bar{V}) - \bar{R}; \\ T_4 \frac{d\bar{Y}}{dt} = \bar{V}; \\ |\bar{Y}| \leq 1. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь постоянные времени и безразмерные параметры:

$$\begin{cases} T_0 = \frac{L_y}{R_3}; T_1 = \frac{F_1 H p_{III}}{2 E_{ж} Q^*}; T_2 = \frac{F_2 H p}{2 E_{ж} Q^*}; \\ T_3 = \frac{m V^*}{p_H F_1}; T_4 = \frac{H}{2 V^*}; \\ k_0 = \frac{k_{oc} H}{2 i_{max} R_3}; k_1 = \frac{F_2}{F_1}; k_2 = \frac{c H}{2 p_H F_1}; \\ k_3 = \frac{k_T V^*}{p_H F_1}; k_4 = \frac{R_{CT}}{p_H F_1}; \\ \bar{h} = \frac{h_{II}}{x_{max}}; \bar{p}_c = \frac{p_c}{p_H}; \bar{W}_{HO} = \frac{2 W_{HO}}{F_1 H}; \\ \bar{W}_{CO} = \frac{2 W_{CO}}{F_2 H}. \end{cases} \quad (13)$$

Для численного моделирования по системе (12) отметим рекомендации по заданию исходных параметров. На стадии предварительного проектирования были выбраны серийно выпускаемые узлы ЭГСП. На данной стадии известны, либо оценены, такие параметры, как коэффициент усиления ЭБ k_{yc} ; ход поршня H ; приведенная масса подвижных частей m ; давления насосной станции p_n и на сливе p_c ; модуль упругости рабочей жидкости $E_{ж}$; «мертвые» объемы напорной $W_{но}$ и сливной $W_{со}$ магистралей; жесткость позиционной нагрузки c . По техническим данным данным гидроцилиндра определяются значения эффективных площадей F_1, F_2 ; коэффициент силы вязкого трения k_T ; сила сухого трения $R_{ст}$. Коэффициент передачи k_{oc} оценивается по техническим данным ДЭС. По техническим характеристикам ЭГУ устанавливаются индуктивность обмотки управления L_y ; постоянные времени T_{1y}, T_{2y} (см. выражения 4); активное сопротивление электрической цепи R_s (сопротивление обмотки управления ЭГУ с учетом сопротивления выходного каскада ЭБ); максимальный ток i_{max} (либо принимается равным номинальному току $i_{ном}$ по паспортным данным). Значение масштаба расхода Q^* следует оценивать по номинальному расходу ЭГУ $Q_{ном}$, который указывается в паспортных данных для номинального перепада давлений $\Delta p_{ном}$ в каналах питания и слива ЭГУ.

Поскольку согласно (11):

$$Q^* = \mu_3 \pi d_3 k_{II \max} \sqrt{\frac{p_n}{\rho}}, \quad (14)$$

а номинальный расход есть:

$$Q_{ном} = \mu_3 \pi d_3 k_{II} (\max - n) \sqrt{\frac{\Delta p_{ном}}{\rho}}, \quad (15)$$

поэтому:

$$Q^* = Q_{ном} \sqrt{\frac{p_n}{\Delta p_{ном}}} \frac{1}{1-h}. \quad (16)$$

Величину безразмерного перекрытия $\bar{h} = h_{II} / \max$ допустимо взять равной относительно току зоны нечувствительности (в серийно выпускаемых ЭГУ не более 0,02). Масштаб скорости V^* рассчитывается по Q^* согласно (11). Необходимые для подстановки в систему (12) дополнительные параметры определяются по выражениям (13).

Также, для численного моделирования необходима подстановка граничных условий для входного напряжения U и нагрузки R , вид которых определяется характером исследуемого процесса. Граничные условия подставляются в безразмерном виде согласно (11) с масштабами переменных (12).

При необходимости результаты моделирования по выражениям (11, 12) можно представить в размерном виде (за исключением перемещения золотника, поскольку максимальное перемещение x_{max} введено условно для упрощения математической модели).

В сравнении с известными нелинейными моделями ЭГСП [1, 7, 9], учитывающими основные факторы, обуславливающие нестационарные процессы (сжимаемость рабочей жидкости, инерционность выходного звена, индуктивность электрической цепи, динамические свойства ЭГУ), представленная модель

имеет минимальный набор исходных параметров и является универсальной для приводов, построенных по типовой схеме (рис.2, б). Вместе с тем, учет основных нелинейностей дает заметный выигрыш в точности расчета по сравнению с линейными моделями. Это показывают результаты численного моделирования переходных процессов при различных уровнях входного сигнала, представленные на рис. 3. Как видно, от величины скачка управляющего напряжения зависит не только длительность процесса, но и его качество.

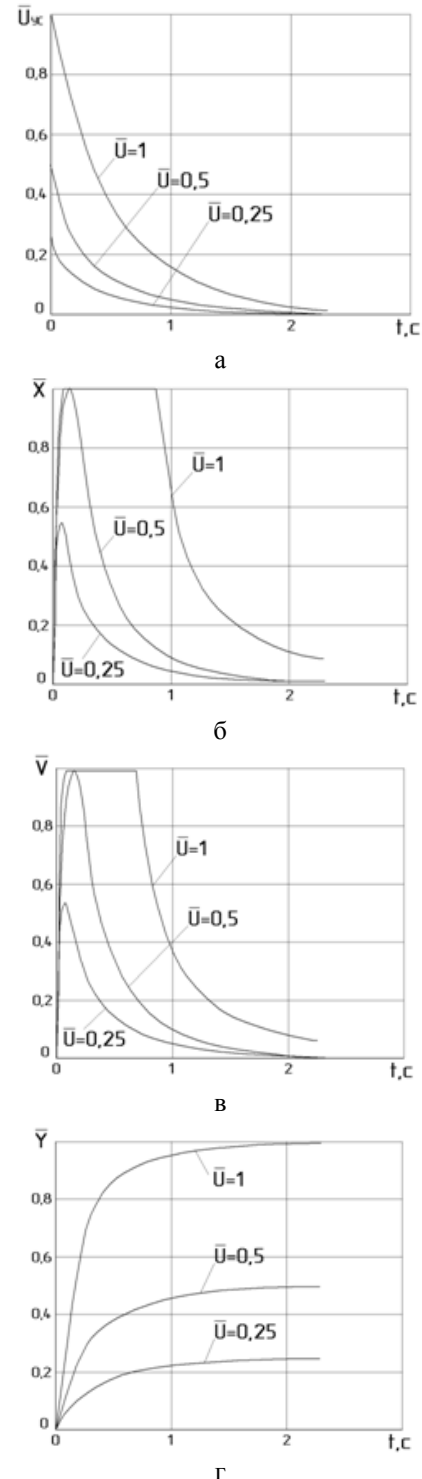


Рис. 3 – Результаты численного моделирования динамических процессов в ЭГСП: а – напряжение на выходе ЭБ; б – перемещение золотника выходного каскада ЭГУ; в – скорость поршня; г – перемещение поршня

Численное интегрирование системы (12) проведено методом Рунге-Кутты 4-го порядка в среде пакета прикладных программ MATLAB (программа SLPR) для следующих исходных данных: нагрузка $R = 6000$ Н; эффективные площади гидроцилиндра $F_1 = 0,00377$ м², $F_2 = 0,0045$ м² (диаметр поршня 80 мм, диаметры штоков 40 и 25 мм); ход поршня $H = 250$ мм; давление насосной станции $p_n = 6,3 \cdot 10^5$ Па; давление на сливе $p_c = 0$; модуль упругости рабочей жидкости $E_{ж} = 10^9$ Па; «мертвые» объемы напорной и сливной магистралей $W_{HO} = W_{CO} = 0,002$ м³; сила сухого трения $R_{ст} = 0$; жесткость позиционной нагрузки $c = 0$; коэффициент силы вязкого трения $k_t = 1000$ кг/с; приведенная масса подвижных частей $m = 200$ кг; коэффициент передачи ДОС $k_{oc} = 216$ В/м; номинальный расход ЭГУ $Q_{ном} = 0,00063$ м³/с; номинальный перепад давлений на ЭГУ $\Delta p_{ном} = 7 \cdot 10^6$ Па; постоянные времени ЭГУ $T_{1y} = 0,0215$ с, $T_{2y} = 0,0053$ с (что соответствует сдвигу по фазе на -45° и 90° при частотах $\nu_1 = 45$ Гц и $\nu_1 = 90$ Гц); величина безразмерного перекрытия $\bar{h} = 0,01$; индуктивность обмотки управления $L_y = 0,2$ Гц; активное сопротивление электрической цепи $R_3 = 100$ Ом; номинальный ток $i_{ном} = 0,01$ А; коэффициент усиления ЭБ $k_{yc} = 0,09$; масштаб расходов $Q^* = 0,0006$ м³/с.

Выводы. Таким образом, предложена типовая нелинейная математическая модель электрогидравлического следящего привода с дроссельным регулированием. Математическая модель адаптирована на приводы специального технологического оборудования, построенные на основе стандартных модулей, и позволяет производить оценку устойчивости, качества

регулирования и коррекцию динамических свойств привода с использованием паспортных данных входящих устройств.

Список литературы: 1. Попов, Д. Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем [Текст] / Д. Н. Попов. – М.: Машиностроение, 1976. – 424 с. 2. Хохлов, В. А. Электрогидравлический следящий привод [Текст] / В. А. Хохлов. – М.: Наука, 1964. – 239 с. 3. Чупраков, Ю. И. Электрогидравлические следящие приводы [Текст] / Ю. И. Чупраков. – М.: МАДИ, 1977. – 88 с. 4. Терских, В. З. Сравнительный анализ динамических свойств дроссельных гидроприводов [Текст] / В. З. Терских. – Изд. вузов. Машиностроение, 1976. – No7. – С. 59–62. 5. Абрамов, Е. И. Элементы гидропривода [Текст] : справочник / Е. И. Абрамов, К. А. Колесниченко, В. Т. Маслов. – К.: «Техника», 1977. – 320 с. 6. Чупраков, Ю. И. Электрогидравлические усилители [Текст] / Ю. И. Чупраков. – М.: МАДИ, 1975. – 124 с. 7. Свеишников, В. К. Станочные гидроприводы [Текст] : справочник / В. К. Свеишников, А. А. Усов. – 2-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1988. – 512 с. 8. Прокофьев, В. Н. Динамика гидропривода [Текст] / В. Н. Прокофьев. – М.: Машиностроение, 1972. – 287 с. 9. Навроцкий, К. Л. Теория и проектирование гидро- и пневмоприводов [Текст] / К. Л. Навроцкий. – М.: Машиностроение, 1991. – 384 с. 10. Попов, Д. Н. Оценка эффективности и оптимальное проектирование гидроприводов [Текст] / Д. Н. Попов // Вестник машиностроения. – 1986. – No 9. – С. 20–23.

Bibliography (transliterated): 1. Popov, D. N. (1976). Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem. Moscow: Mashinostroenie, 424. 2. Hohlov, V. A. (1964). Jelektrogidravlicheskiy sledjashhij privod. Moscow: Nauka, 239. 3. Chuprakov, Yu. I. (1977). Elektrogidravlicheskie sledyaschie privodyi. Moscow: MADI, 88. 4. Terskih, V. Z. (1976). Sravnitelnyiy analiz dinamicheskikh svoystv drosselnyih gidroprivodov. Izd. vuzov. Mashinostroenie, No7, 59–62. 5. Abramov, E. I. (1977). Elementyi gidroprivoda : spravochnik. Kyiv: «Tehnika», 320. 6. Chuprakov, Yu. I. (1975). Elektrogidravlicheskie usiliteli. Moscow: MADI, 124. 7. Sveshnikov, V. K. (1988). Stanochnyie gidroprivodyi: spravochnik. 2-e izd., pererab. i dop. Moscow: Mashinostroenie, 512. 8. Prokofev, V. N. (1972). Dinamika gidroprivoda. Moscow: Mashinostroenie, 287. 9. Navrotskyi, K. L. (1991). Teoriya i proektirovanie gidro- i pnevmopriwodov. Moscow: Mashinostroenie, 384. 10. Popov, D. N. (1986). Otsenka effektivnosti i optimalnoe proektirovanie gidroprivodov. Vestnik mashinostroeniya, No 9, 20–23.

Поступила (received) 13.12.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Таванюк Тетяна Яківна – кандидат технічних наук, Східноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, доцент кафедри «Машинобудування, верстати та інструменти»; пр. Радянський, 59-а, м Северодонецьк, Україна, 93400; тел.: 050-695-99-75; e-mail: ttavanyuk@gmail.com.

Таванюк Тат'яна Яковлевна – кандидат технічних наук, Восточноукраїнський національний університет імені Володимира Даля, доцент кафедри «Машиностроєння, станки та інструменти»; пр. Советський, 59-а, г. Северодонецьк, Луганська область, Україна, 93400; тел.: 050-695-99-75; e-mail: ttavanyuk@gmail.com.

Tavanyuk Tatyana – candidate of technical sciences, Eastukrainian National University of Volodymyr Dahl, assistant professor of department of Machine building, machine tools and instruments; pr. Sovtskyu, 59, Severodonetsk, Ukraine, 93400; tel.: 050-695-99-75; e-mail: ttavanyuk@gmail.com.

УДК 519.876.5:622.778

В. О. МИЩЕНКО, В. И. ОЛЕВСКИЙ, Ю. Б. ОЛЕВСКАЯ

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБОГАЩЕНИЯ ДЛЯ АВТОМАТИЗИРОВАННЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ КАЧЕСТВОМ ДЕШЛАМАЦИИ МАГНЕТИТА

Статья посвящена математическому моделированию процесса магнитной дешламации магнетита с целью автоматизации технологического процесса. Разработаны модели двухфазного ламинарного осесимметричного течения и двухфазного трехмерного вихревого течения на основе программного комплекса SolidWorks компании Dassault Systemes SolidWorks Corporation. Проведен численный расчет моделей, исследованы зависимости качества обогащения от параметров дешламации. Эти модели позволяют подбирать интенсивные технологические режимы и оптимальные параметры обогатительного оборудования. Они могут быть использованы непосредственно в системе автоматического управления технологическим процессом обогащения.

Ключевые слова: автоматизация, математическая модель, магнитная дешламация, обогащение магнетита.

© В. О. Мищенко, В. И. Олевский, Ю. Б. Олевская. 2015