

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Осадчий Сергій Іванович** - доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри, Кафедра автоматизації виробничих процесів, Кіровоградський національний технічний університет, пр. Університетський, 8. м. Кіровоград, 25006, конт. тел.: (095) 318-52-52. e-mail: [srg2005@ukr.net](mailto:srg2005@ukr.net)

**Осадчий Сергей Иванович** - доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Кафедра автоматизации производственных процессов, Кіровоградский национальный технический университет, пр. Университетский, 8. г. Кіровоград, 25006, конт. тел. : (095) 318-52-52. e-mail: [srg2005@ukr.net](mailto:srg2005@ukr.net)

**Osadchy Sergei** - PhD, Professor, Head of Department, Department of automation of production processes, Kirovograd National Technical University, pr. University, 8 m. Kirovograd, 25006.

**Кузнецова Елена Яковлевна** - доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой, Кафедра теоретической и прикладной физики, Национальный авиационный университет, пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03680, конт. тел.: 066-710-46-93, e-mail: [elena2055@ukr.net](mailto:elena2055@ukr.net)

**Кузнецова Елена Яковлевна** - доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой, Кафедра теоретической и прикладной физики, Национальный авиационный университет, пр. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, Україна, 03680.

**Kuznetsova Olena** - Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of Department Department of Theoretical and Applied Physics, National Aviation University, ave. Kosmonavta Komarova 1, Kyiv, Ukraine, 03680

**Зубенко Валентина Александровна** - кандидат технических наук, доцент, Кафедра автоматизации производственных процессов, Кіровоградский национальный технический университет, пр. Университетский, 8. г. Кіровоград, 25006, конт. тел.: (066) 833-71-17. e-mail: [zub\\_valya@ukr.net](mailto:zub_valya@ukr.net)

**Зубенко Валентина Александровна** - кандидат технічних наук, доцент, Кафедра автоматизації виробничих процесів, Кіровоградський національний технічний університет, пр. Університетський, 8. г. Кіровоград, 25006, конт. тел. : (066) 833-71-17. e-mail: [zub\\_valya@ukr.net](mailto:zub_valya@ukr.net)

**Zubenko Valentina** - Ph.D., Associate Professor, Department of automation of production processes, Kirovograd National Technical University, pr. University, 8 g .. Kirovograd, 25006.

**Голик Елена Петровна** - кандидат технических наук, доцент, Кафедра автоматизации производственных процессов, Кіровоградский национальный технический университет, пр. Университетский, 8. г. Кіровоград, 25006, конт. тел.: (066) 520-19-40. e-mail: [dego@ukr.net](mailto:dego@ukr.net)

**Голик Елена Петровна** - кандидат технічних наук, доцент, Кафедра автоматизації виробничих процесів, Кіровоградський національний технічний університет, пр. Університетський, 8. м. Кіровоград, 25006, конт. тел.: (066) 520-19-40. e-mail: [dego@ukr.net](mailto:dego@ukr.net)

**Golik Elena Petrovna** - Ph.D., Associate Professor, Department of automation of production processes, Kirovograd National Technical University, pr. University, 8 g .. Kirovograd, 25006

УДК 539.3.01

**Э. Б. КУЛИЕВ**

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ, ОСЛАБЛЕННОЙ КРУГОВОЙ ПОЛОСТЬЮ, ПРИ ДЕЙСТВИИ КУСОЧНО-РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ НА ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

В представленной статье решена неоднородная задача для полуплоскости с круговой полостью при действии равномерно-распределенной нагрузки на прямолинейной границе полуплоскости. Задача решена методами теории функций комплексного переменного (теория рядов Лорана, метод Н. И. Мусхелешвили) в сочетании с проекционным методом Бубнова-Галеркина. В конечном итоге, при конкретных физических и геометрических параметрах двухсвязной неоднородной полуплоскости представлена численная реализация полученных решений и построены эпюры окружных напряжений для нулевого и первого приближений.

**Ключевые слова:** неоднородная полуплоскость, комплексные потенциалы, ряды Лорана, метод последовательных приближений, окружные напряжения.

**Введение.** Развитие современного строительства тесно связано с методами определения и исследования напряженно-деформированного состояния конструкций и сооружений.

Как известно, развитие городского транспортно-строительства также связано с проектированием и строительством подземных сооружений и тоннелей. Проектирование и строительство подземных сооружений и тоннелей в свою очередь обуславливает усовершенствование существующих и создание новых методов расчета подобных сооружений. Как показывает практика эксплуатации подземных сооружений, реальные конструкции существенно отличаются от расчетной. В связи с этим, актуальным направлением

в теории сооружений является разработка и внедрение в инженерную практику методов и алгоритмов, которые учитывали бы реальные физико-механические свойства материала вокруг тоннеля. Следует отметить, что определение напряженно-деформированного состояния многосвязной неоднородной полуплоскости, моделирующей тоннели, представляет практический интерес для инженерного проектирования конструкций и сооружений. Учет неоднородности породы массива полуплоскости, представленный в виде изменяющегося по глубине массива полуплоскости модуля деформации, более реально отражает свойства материала вокруг тоннеля.

© Э. Б. Кулиев. 2015

**Постановка задачи и решение**

В данной статье рассматривается плоская задача для неоднородной полуплоскости, ослабленная круговой полостью, при действии кусочно-распределенной нагрузки на прямолинейной границе полуплоскости. Двухсвязная область неоднородной полуплоскости извне ограничена прямолинейной границей  $L_0$ , а изнутри – круговым контуром  $L_1$ , расположенный с эксцентриситетом  $h$ . На определенном участке прямолинейной границы  $L_0$  действует равномерно-распределенная нагрузка  $P$  (рис. 1).

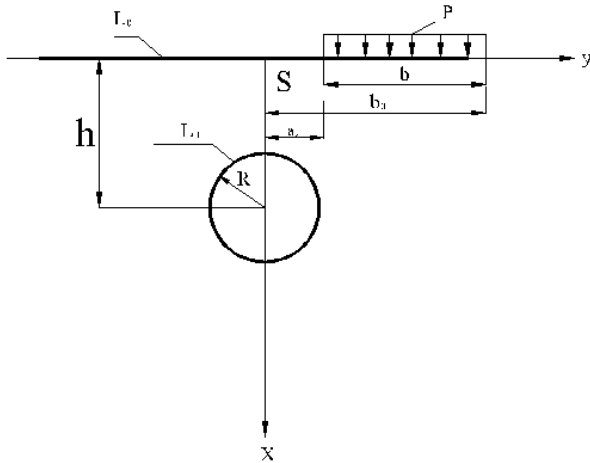


Рис. 1 – Схема участка прямолинейной границы  $L_0$ , на которую действует равномерно-распределенная нагрузка

Плоская неоднородная задача решается методом последовательных приближений при помощи пары комплексных потенциалов:

$$\phi(z) = \sum_{n=0}^N \phi_n(z); \quad \chi(z) = \sum_{n=0}^N \chi_n(z). \quad (1)$$

В нулевом приближении решается однородная упругая задача с заданной внешней нагрузкой.

Для однородной упругой задачи комплексные потенциалы  $\phi_0(z)$  и  $\chi_0(z)$  представим в виде [2]:

$$\phi_0(z) = \frac{iP}{2\pi} \left[ (z-b_0) \ln(z-b_0) - (z-a_0) \ln(z-a_0) \right] + \phi_0^*(z) + \sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} \left( \frac{R}{z-h} \right)^k, \quad (2)$$

$$\chi_0(z) = \frac{iP}{2\pi} \left[ (z-\bar{b}_0) \ln(z-\bar{b}_0) - (z-\bar{a}_0) \ln(z-\bar{a}_0) \right] + \chi_0^*(z) + \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(0)} \left( \frac{R}{z-h} \right)^k. \quad (3)$$

Здесь  $\phi_0^*(z)$  и  $\chi_0^*(z)$  комплексные функции, голоморфные в полуплоскости, определяются методом Мусхелишвили [1] из граничного условия на прямолинейной границе  $L_0$  полуплоскости [4, 6]:

$$\phi_0(t_0) - 2\bar{t}_0 \cdot \overline{\phi_0'(t_0)} + \overline{\chi_0(t_0)} = P \cdot t_0 \quad (a_0 \leq t_0 \leq b_0) \quad (4)$$

и

$$\phi_0(t_0) - 2\bar{t}_0 \cdot \overline{\phi_0'(t_0)} + \overline{\chi_0(t_0)} = 0 \quad (t_0 \leq a_0; t_0 \leq b_0)$$

Здесь  $t_0 = -\bar{t}_0$  – аффиксы точек контура  $L_0$ .

Подставляя (2) и (3) в граничное условие на  $L_0$  (4) и применяя метод Мусхелишвили, получим выражения для комплексных функций  $\phi_0^*(z)$  и  $\chi_0^*(z)$ :

$$\phi_0^*(z) = \sum_{k=1}^{\infty} 2k \cdot a_k^{(0)} (-1)^{k+1} \left[ \left( \frac{R}{z+h} \right)^k - \frac{h \cdot R^k}{(z+h)^{k+1}} \right] - \sum_{k=1}^{\infty} A_k^{(0)} (-1)^k \left( \frac{R}{z+h} \right)^k \quad (5)$$

$$\chi_0^*(z) = -\sum_{k=1}^{\infty} a_k^{(0)} (-1)^k \left( \frac{R}{z+h} \right)^k + 2z \cdot \phi_0^{*'}(z). \quad (6)$$

Далее, подставляя заранее преобразованные  $\phi_0(z)$  и  $\chi_0(z)$  по граничным значениям  $\left( \frac{R}{t_1-h} \right)$  на  $L_1$ :

$$\phi_0(t_1) + (t_1 - \bar{t}_1) \cdot \overline{\phi_0'(t_1)} + \chi_0(t_1) = 0, \quad (7)$$

и сравнивая выражения при одинаковых степенях переменной  $\left( \frac{R}{t_1-h} \right)$ , получим две группы бесконечных систем линейных алгебраических уравнений относительно искомым неизвестных коэффициентов  $a_k^{(0)}$  и  $A_k^{(0)}$  ( $k = 1, m$ ).

Далее, в последующих приближения определяются комплексные потенциалы  $\phi_n(z)$  и  $\chi_n(z)$  ( $n \geq 1$ ), из граничного условия на  $L_1$ :

$$\phi_n(t_1) + (t_1 - \bar{t}_1) \cdot \overline{\phi_n'(t_1)} + \chi_n(t_1) = IG_{n-1}(t_1, \bar{t}_1), \quad n \geq 1. \quad (8)$$

Здесь,  $t_1$  – аффиксы точек контура  $L_1$ ; выражение  $IG_{n-1}(t_1, \bar{t}_1)$  имеет вид [3], [5]:

$$IG_{n-1}(z, \bar{z}) = \int_0^{\bar{z}} \text{Re} \left[ B_1 G_{n-1} + \int_0^{\bar{z}} B_2 G_{n-1} d\bar{z} + \int_0^{\bar{z}} B_3 G_{n-1} dz + \int_0^{\bar{z}} \int_0^{\bar{z}} B_4 G_{n-1} d\bar{z} \right] dz = 0 \quad (9)$$

Таким образом, используя полученные значения комплексных потенциалов  $\phi_0(z)$  и  $\chi_0(z)$  для нулевого приближения, последовательно из граничного условия (8) и выражения (9) определяются все последующие значения комплексных потенциалов  $\phi_n(z)$  и  $\chi_n(z)$  ( $n \geq 1$ ). После определения комплексных потенциалов  $\phi(z)$  и  $\chi(z)$  по известным формулам [1] в характерных точках двухсвязной неоднородной полуплоскости определяются компоненты окружных напряжений.

Следует отметить, что в качестве примера выбрана неоднородность вида

$$E = E_0^{\alpha(z+\bar{z})}; \quad \alpha = \frac{\delta}{2h}; \quad 0 < \alpha < 1, \quad (10)$$

$\nu = \text{const}$  – коэффициент Пуассона

$$B_1 = -2\alpha; \quad B_2 = \frac{1-\nu}{2}\alpha^2; \quad B_3 = \frac{1+\nu}{2}\alpha^2; \quad B_4 = 0. \quad (11)$$

При следующих геометрических и физико-механических параметрах:

$$a_0 = -5 \text{ м}; \quad b_0 = 250 \text{ м}; \quad P = 0,04 \text{ МПа}; \\ \alpha = 0,1; \quad h = 3 \text{ м}; \quad R = 1 \text{ м}.$$

Решена конкретная плоская задача для неоднородной двухсвязной полуплоскости при действии кусочно-равномерно распределенной нагрузки на прямолинейную границу полуплоскости. В точках круглой полости вычислены окружные напряжения  $\sigma_\theta$  для нулевого и первого приближений, построены эпюры напряжений  $\sigma_\theta$  (рис. 2, 3).

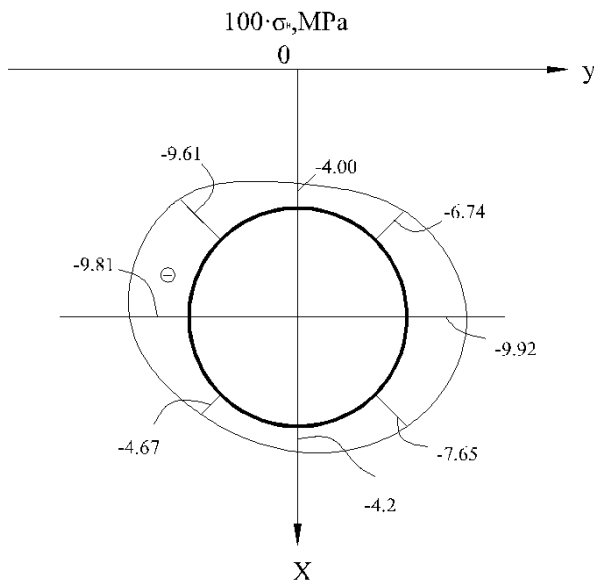


Рис. 2 – Эпюры напряжений  $\sigma_\theta$  для нулевого и первого приближений

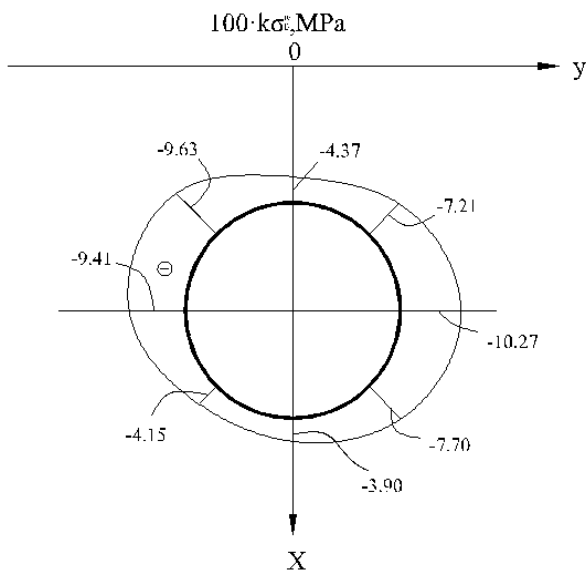


Рис. 3 – Эпюры напряжений  $\sigma_\theta$  для нулевого и первого приближений

**Выводы.** В точках кругового отверстия, близкие к прямолинейной границе полуплоскости, наблюдается

увеличение значений окружных напряжений при учете неоднородности среды массива полуплоскости.

Учет неоднородности среды массива полуплоскости позволяет в значительной степени более реально отражать картину распределения напряжений вокруг кругового отверстия полуплоскости.

**Список литературы:** 1. Мусхелишвили, Н. И. Некоторые основные задачи математической теории упругости [Текст] / Н. И. Мусхелишвили. – Москва: «Наука», 1966. – 707 с. 2. Фотиева, Н. Н. Аналитические методы расчета обделок тоннелей мелкого заложения. Подземное строительство России на рубеже XXI века [Текст] / Н. Н. Фотиева // Труды Юбилейной научно-практической конференции 15–16 марта, 2000. – С. 123–132. 3. Ломакин, В. А. Теория упругости неоднородных тел [Текст] / В. А. Ломакин. – М.: Изд. МГУ, 1976. – 367 с. 4. Космодамианский, А. С. Плоская задача теории упругости для пластин с отверстиями, вырезами и выступами [Текст] / А. С. Космодамианский. – Киев, 1979. – 226 с. 5. Мишику, М. Решение при помощи теории функций комплексного переменного статической плоской задачи теории упругости для неоднородных изотропных тел [Текст] / М. Мишику, Р. Теодосиу // Прикладная математика и механика. – 1966. – Т. 30, Вып. 2. – С. 379–387. 6. Chen, Y. Z. Solution for hole problems of elastic half-plane with gravity force using boundary integral equation [Text] / Y. Z. Chen, Z. X. Wang // International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences, 48. – 2011. – P. 520–526. 7. Chen, Y. Z. Solution for hole problems of elastic half-plane with gravity force using boundary integral equation [Text] / Y. Z. Chen, Z. X. Wang // International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences, 48. – 2011. – P. 520–526. 8. Dejole, A. A boundary integral method for multiple circular holes in an elastic half-plane [Text] / A. Dejole, S. G. Mogilevskaya, S. L. Crouch // Engineering Analysis with Boundary Elements. Vol. 30, Issue 6. – 2006. – P. 450–464. 9. Kratochvili, J. Asymptotic analysis of the interaction of a finite number of holes in an elastic plane or half-planes [Text] / J. Kratochvili, Becker Wilfried // Proc Appl Mech. – 2011. – 11. – P. 237–238. 10. Kuo, Chang-Hung. Contact stress analysis of an elastic half-plane containing multiple inclusions [Text] / Kuo Chang-Hung // International Journal of Solids and Structures. – 2008. – Vol. 45, Issue 16. – P. 4562–4573. 11. Lee, J. K. Elastic analysis of a half-plane containing an inclusion and a void using a mixed volume and boundary integral equation method [Text] / J. K. Lee, A. Mal // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2011. – Vol. 35, Issue 7. – P. 915–924.

**Bibliography (transliterated):** 1. Muskhelishvili, N. I. (1966). Nekotorye osnovnye zadachi matematicheskoy teorii uprugosti. Moscow: «Nauka», 707. 2. Fotieva, N. N. (2000). Analiticheskie metody rascheta obdelok tonnelej melkogo zalozhenija. Podzemnoe stroitel'stvo Rossii na rubezhe XXI veka. Trudy Jubilejnoj nauchno-prakticheskoj konferencii 15–16 marta, 123–132. 3. Lomakin, V. A. (1976). Teorija uprugosti neodnorodnyh tel. Moscow: Izd. MGU, 367. 4. Kosmodamianskij, A. S. (1979). Ploskaja zadacha teorii uprugosti dlja plastin s otvorstijami, vyrezami i vystupami. Kiev, 226. 5. Mishiku, M., Teodosiu, R. (1966). Reshenie pri pomoshhi teorii funkcij kompleksnogo peremennogo staticheskoy ploskoj zadachi teorii uprugosti dlja neodnorodnyh izotropnyh tel. Prikladnaja matematika i mehanika, T. 30, V. 2, 379–387. 6. Chen, Y. Z., Wang, Z. X. (2011). Solution for hole problems of elastic half-plane with gravity force using boundary integral equation. International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences, 48, 520–526. 7. Chen, Y. Z., Wang, Z. X. (2011). Solution for hole problems of elastic half-plane with gravity force using boundary integral equation. International Journal of Rock Mechanics, Mining Sciences, 48, 520–526. 8. Dejole, A., Mogilevskaya, S. G., Crouch, S. L. (2006). A boundary integral method for multiple circular holes in an elastic half-plane. Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 30, Issue 6, 450–464. 9. Kratochvili, J., Becker Wilfried. (2011). Asymptotic analysis of the interaction of a finite number of holes in an elastic plane or half-planes. Proc Appl Mech., 11, 237–238. 10. Kuo, Chang-Hung. (2008). Contact stress analysis of an elastic half-plane containing multiple inclusions. International Journal of Solids and Structures, Vol. 45, Issue 16, 4562–4573. 11. Lee, J. K., Mal, A. (2011). Elastic analysis of a half-plane containing an inclusion and a void using a mixed volume and boundary integral equation method. Engineering Analysis with Boundary Elements, Vol. 35, Issue 7, 915–924.

Поступила (received) 16.10.2015

## Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Кулієв Етібар Бахтіяр оглы** – докторант, Азербайджанский архитектурно-строительный университет; кафедра "Дорожное строительство, мосты и тоннели; ул. Айны Султановой, 5, г. Баку, Азербайджан, AZ 1073.

**Кулієв Етібар Бахтіяр оглы** – докторант, Азербайджанський архітектурно-будівельний університет; кафедра "Дорожнє будівництво, мости і тунелі; вул. Айни Султанової, 5, м Баку, Азербайджан, AZ 1073.

**Guliyev Etibar Bakhtiyar oglu** – PhD, Azerbaijan University of Architecture and Construction; Department "Road construction, bridges and tunnels; str. Ayna Sultanova, 5, Baku, Azerbaijan, AZ 1073.

УДК 65.001.1(075.8)

**Ю. А. ПЕТРЕНКО**

### КОНЦЕПТУАЛЬНА МОДЕЛЬ СИНТЕЗУ СИСТЕМИ ОФІСІВ З УПРАВЛІННЯ ПРОГРАМАМИ

В статті, в межах розвитку методології управління програмами та формалізації процесу синтезу системи офісів з управління програмами (СОУП) проведено теоретико-множинне його описання. Системна концепція синтезу СОУП у вигляді моделей, що наведена у статті є досить загальною, та становить принципи декомпозиції її на часткові задачі, такі як вибір оргструктур і рівня функціональних повноважень офісу, технології реалізації процесів управління проектами, встановлення комунікацій між ними, вибору місця розташування, підбір кваліфікованих виконавців. Для отримання по ним рішень потрібна подальша їх деталізація та конкретизація.

**Ключові слова:** системна концепція, теоретико-множинний опис, управління програмами, проектних офісів.

**Вступ.** При реалізації програми в проектно-орієнтованій організації створюється система проектних офісів, в яку входять генеральний офіс організації, офіс програми і офіси проектів у складі програми. Цю систему офісів можна розглядати як систему, яка складається з певної множини елементів із складною схемою взаємодії між ними. Таким чином, створюється багаторівнева система офісів з управління програмою.

Ця структура не є постійною, а залежить від етапів життєвого циклу програми і проектів.

З точки зору процесного підходу, будь-яка організація представляється як набір процесів управління пов'язаних з цілями та місією цієї організації. Управляючи процесами та постійно їх удосконалюючи, організація добивається високої ефективності своєї діяльності. Тоді у даному контексті СОУП можна представити як систему процесів управління та відношень між ними.

Для формалізованого опису СОУП і задач їх структурного синтезу використовується апарат теорії множин і теорії графів. Як правило, елементам системи відповідають вершини графа, а зв'язкам між ними дуги [1, 2].

**Постановка задачі.** Розглянемо задачу синтезу СОУП. Узагальнення теоретико-множинного опису дозволяє представити систему (її структуру) у вигляді [3, 4]:  $s = \langle \varepsilon, \sigma \rangle$ , де  $\varepsilon$  – кортеж компонентів системи і  $\sigma$  – відношення між ними, що визначають властивості системи,  $p = \varphi(\varepsilon, \sigma)$  де  $\varphi$  – деяке відображення. Справедливо буде передбачити, що задача синтезу СОУП  $S^* = \{s\}$ , яка б задовольняла заданим властивостям  $P^* = \{p\}$ , зводиться до підбору відповідного набору компонентів системи і стосунків між ними.

Сформулюємо загальну постановку задачі синтезу СОУП.

Задані:

–  $Progr = \{pr_c\}$ , ( $c = \overline{1, c'}$ ) – множина можливих програм, які можуть виконуватися організацією, і

їх характеристики, де  $c'$  – кількість програм;

–  $Proj_c = \{proj_{cp}\}$ , ( $p = \overline{1, p'}$ ) – множина проектів, що виконуються проектною організацією в рамках с-й програми, де  $p'$  – кількість проектів;

–  $GrProc_{cp} = \{GrProc_{cpi}\}$ , ( $i = \overline{1, 5}$ ), ( $i = \overline{1, 5}$ ) – множина груп процесів управління  $p$ -м проектом с-й програми, де  $i$  – кількість груп процесів управління проектом, яке рівне п'яти;

–  $Proc_{cpi} = \{Proc_{cpj}\}$ , ( $j = \overline{1, j_i}$ ), ( $j = \overline{1, j_i}$ ) – множина процесів управління  $i$ -ої групи  $p$ -го проекту с-й програми, де  $j_i$  – кількість процесів управління;

–  $Pr_{cpj} = \{Pr_{cpjr}\}$ , ( $r = \overline{1, r_j}$ ), ( $r = \overline{1, r_j}$ ) – множина процедур, де  $r_j$  – кількість процедур в  $j$ -м процесі управління  $i$ -ої групи процесів управління  $p$ -го проекту с-й програми;

–  $Oper_{cpjr} = \{Oper_{cpijm}\}$ , ( $m = \overline{1, m_r}$ ), ( $m = \overline{1, m_r}$ ) – множина операцій, де  $m_r$  – кількість операцій в  $r$ -ій процедурі  $j$ -го процесу  $i$ -ої групи процесів управління  $p$ -го проекту с-й програми;

–  $OS = \{os_v\}$ , ( $v = \overline{1, v'}$ ) – множина видів організаційних структур управління програмами, де  $v'$  – кількість видів організаційних структур управління програмами.

–  $SU = \{su_e\}$ , ( $e = \overline{1, 3}$ ) – множина рівнів функціональних повноважень проектного офісу, де  $3$  – кількість видів рівнів функціональних повноважень;

–  $Ra = \{ra_b\}$ , ( $b = \overline{1, b'}$ ) – множина місць можливого розміщення офісів, де  $b'$  – кількість місць можливого розміщення офісів;

–  $PS = \{ps_\gamma\}$ , ( $\gamma = \overline{1, \gamma_{cpijm}}$ ) – множина програмних засобів, де  $\gamma_{cpijm}$  – кількість програмних засобів, для реалізації процесів управління програмами і проектами;