УДК 621.391

С. И. ОСАДЧИЙ, Е. Я. КУЗНЕЦОВА, В. А. ЗУБЕНКО, Е. П. ГОЛИК

РАЗРАБОТКА И ИССЛЕДОВАНИЕ МЕТОДОВ МЯГКОГО ДЕКОДИРОВАНИЯ КАСКАДНЫХ КОДОВЫХ КОНСТРУКЦИЙ С ИТЕРАТИВНЫМ ОБМЕНОМ МЯГКИМИ РЕШЕНИЯМИ

В статье рассматриваются каскадные кодовые конструкции на основе схем произведений линейных блоковых кодов (турбопродуктивные коды, Turbo Product Codes). Исследуются методы декодирования с мягкой схемой принятия решений и процедуры обмена мягкими решениями в алгоритмах турбо декодирования. Предлагается усовершенствованный метод мягкого декодирования каскадных кодовых конструкций с итеративным обменом мягких решений. Результаты исследований могут быть использованы при разработке телекоммуникационных систем и технологий , а также при изучении учебных дисциплин по теории передачи данных, теории информации и помехоустойчивому кодированию.

Ключевые слова: каскадные кодовые конструкции, турбопродуктивные коды, помехоустойчивость передачи, метод мягкого декодирования

Введение. Достижение конкурентоспособности отечественных телекоммуникационных систем и систем связи требует с одной стороны снижения мощности передатчика, экономии полосы частот, увеличения дальности связи, способности работать при малых соотношениях «сигнал-шум», а с другой – повышения достоверности передачи информации.

Одним из путей достижения компромисса между этими противоречивыми требованиями является повышение эффективности помехоустойчивого кодирования. Перспективным направленим в развитии теории помехоустойчивого кодирования являются каскадне кодовые конструкции [1-4]. Их использование позволяет применить итеративный обмен мягкими решениями и достичь близкой к теоретическому пределу энергетической эффективности и при этом снизить сложность программной и аппаратной реализации.

Анализ литературных данных и постановка проблемы. В работах [5, 6] в результате проведенных исследований теоретически обоснованы и аналитически получены каскадные кодовые конструкции с улучшенными свойствами. Предложены алгебраические процедуры синтеза разработанных каскадных кодовых конструкций с использованием недвоичных блоковых кодов: кодов Рида Соломона и алгеброгеометрических кодов. Разработанные алгебраические процедуры позволяют практически реализовать синтез предлагаемых каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами. Перспективным направлением дальнейших исследований является разработка алгоритмов декодирования предлагаемых каскадных кодовых конструкций с мягкими решениями, исследование возможности обмена мягкими решениями в итеративно процедуре турбо-продуктивного декодирования.

Проведенный анализ известных подходов к построению схем декодирования линейных блоковых кодов с мягкими решениями показал, что существующие методы реализуют одно из оптимальных правил:

– правило минимизации вероятности ошибочного декодирования принятой последовательности (кодового слова линейного блокового кода с возможной ошибкой) [2, 3];

– правило минимизации средней вероятности ошибочного декодирования символов принятой последовательности [6, 7].

Основная классификация этих методов приведена на рис. 1.

Рис. 1 – Методы мягкого декодирования линейных блоковых кодов

Методы декодирования, основанные на минимизации вероятности ошибочного декодирования принятой последовательности, заключаются в сопоставлении одного из кодовых слов линейного блокового кода принятой последовательности по критерию минимизации расстояния Хемминга между ними. Это правило позволяет реализовать декодер максимального правдоподобия, т.е. достигается максимальная похожесть принятой последовательности и сопоставленного ей кодового слова, а вероятность ошибочного декодирования принятой последовательности при таком подходе минимизируется.

Методы мягкого декодирования, оптимальные по второму правилу, т.е. методы, минимизирующие среднюю вероятность ошибочного декодирования символов принятой последовательности нашли широкое практическое применение в схемах турбо-декодирования и, в этом смысле, наиболее востребованы в последние годы. Это объясняется возможностью использования полученных мягких решений о достоверности символов принятой последовательности для обмена в каскадных кодовых конструкциях и использовании аналогичных мягких решений, полученных с другой ступени применяемого каскада для уточнения решения на следующей итерации декодирования. В этом, по сути, и заключается сам принцип турбо-декодирования (рис. 2).

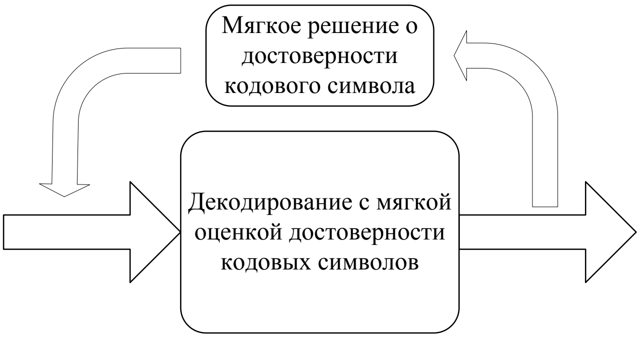

Рис. 2 – Схема мягкого декодирования с итеративным обменом мягких решений о достоверности символов принятой последовательности (схема турбо-декодера)

Реализация мягкого декодирования с итеративным обменом мягких решений о достоверности символов принятой последовательности (схема турбо-декодера) предполагает использование демодулятора с выработкой решений по мягкой схеме. Алгоритм мягкого декодирования, минимизирующий среднюю вероятность ошибочного декодирования символов принятой последовательности, выдает мягкое решение о достоверности декодированного символа. Полученное решение поступает на вход следующей итерации мягкого декодирования (например, кода другой ступени каскадной конструкции) и «уточняет» мягкое решение, полученное с выхода демодулятора. Таким образом, итеративная схема турбо-декодирования за счет многократной пошаговой процедуры «уточнения» мягких решений позволяет значительно повысить достоверность принимаемых символов кодовой последовательности.

Проведенный анализ показал, что на сегодняшний день методы мягкого декодирования линейных блоковых кодов позволяют реализовать исправление ошибок в принятой последовательности по критерию минимизации вероятности ошибочного декодирования последовательности и/или по критерию минимизации средней вероятности ошибочного декодирования символов принятой последовательности. В итеративных схемах декодирования каскадных кодов с обменом мягких решений используется вторая группа методов, поскольку их реализации позволяет получить оценку символа с минимизированной ошибкой декодирования. В табл. 1 приведены результаты сравнительных исследований рассмотренных методов декодирования с указанием емкостной (затраты памяти для реализации алгоритма) и временной (затраты времени для выполнения алгоритма) сложности реализации, энергетической эффективности (достигаемый энергетический выигрыш от кодирования) и особенностей построения кода (например, методы, основанные на мажоритарных схемах могут быть реализованы только для кодов, допускающих полную ортогонализацию).

Анализ табл. 1 показывает, что для линейных блоковых кодов с произвольной алгебраической структурой наиболее эффективные по достигаемому энергетическому выигрышу являются методы декодирования, основанные на использовании решающих функций. В тоже время, следует отметить их высокую вычислительную сложность [1, 2, 7, 9].

Таблица 1 – Результаты сравнительных исследований методов декодирования, минимизирующих среднюю вероятность ошибочного декодирования символа принятой последовательности

	Методы декодирования	Сложность реализации		Энергетическая эффективность	Особенности построения кода
		Емкостная сложность	Временная сложность		
1.	На основе пороговых (мажоритарных) схем	Очень низкая	Очень низкая	Высокая	Полная ортогонализация кода
2.	На основе оценивания символов после жесткого декодирования	Низкая	Средняя	Средняя	Нет
3. На основе использования решающих функций:					
3.1.	На полном множестве проверочных уравнений	Очень высокая	Высокая	Высокая	Нет
3.2.	На предварительно упорядоченном множестве проверочных уравнений	Очень высокая	Очень высокая	Очень высокая	Нет
3.3.	На сформированном подмножестве проверочных уравнений	Высокая	Очень высокая	Средняя	Нет

Сложность реализации методов декодирования, основанных на использовании решающих функций, с ростом длины кода и увеличением исправляющей способности кода возрастает. Снизить сложность декодирования удается при использовании решающих функций, определенных на предварительно сформированном подмножестве проверочных уравнений. В тоже время это снижение приводит так же к снижению энергетического выигрыша [1,2,6,7].

Таким образом, актуальным направлением исследований является разработка (усовершенствование) методов декодирования с мягкими решениями на основе решающих функций, которые, без значительного снижения энергетического выигрыша от кодирования позволили бы существенно снизить сложность практической реализации. Перспективным направлением в этом смысле является формирование упорядоченных подмножеств проверочных уравнений и методов декодирования на их основе.

Цель и задачи исследования. Целью исследования является повышение помехоустойчивости передачи дискретных сообщений на основе использования каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами.

Задачей исследования является разработка методов построения и декодирования каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами для повышения помехоустойчивости передачи дискретных сообщений.

Для достижения поставленной цели были поставлены следующие задачи:

1. Усовершенствовать метод построения каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами.

2. Усовершенствовать метод декодирования, разработать вычислительные алгоритмы декодирования каскадных кодовых конструкций с итеративным обменом мягкими решениями.

Материалы и методы исследования мягкого декодирования каскадных кодовых конструкций. Теоретическую основу методов мягкого декодирования составляет критерий проверки гипотез, математическое обоснование которого основано на формуле полной вероятности и теореме Байеса.

Объектом исследования является процесс повышения помехоустойчивости передачи дискретных сообщений с использованием каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами.

Предметом исследования являются методы построения и декодирования каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами.

Рассмотрим случай для двух сигналов. Пусть двоичные логические элементы 1 и 0 представляются сигналами $S_1 = 1$ и $S_2 = -1$. На рис. 3 показана условная функция распределения вероятностей при передаче сигнала по каналу AWGN, представленная как функция правдоподобия.

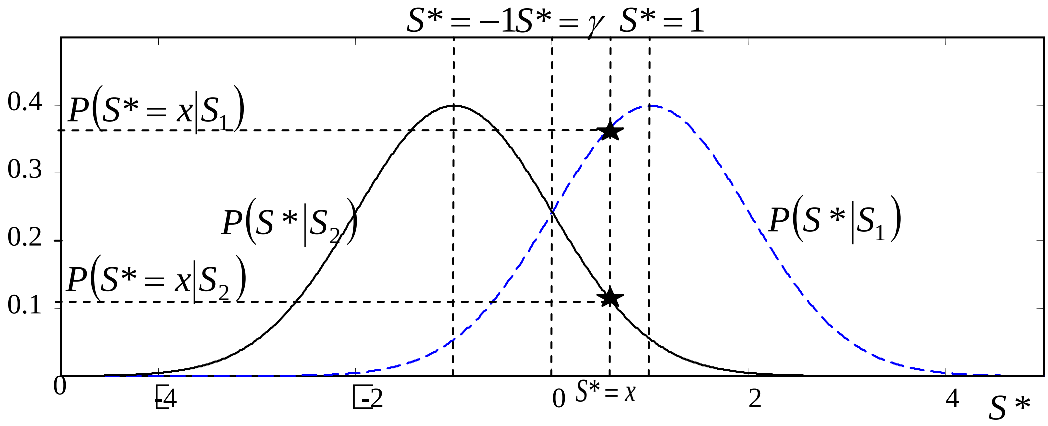

Рис. 3 – Функции правдоподобия

Функция, изображенная справа, $P(S^*|S_1)$, представляет функцию распределения вероятностей непрерывной случайной переменной S^*, которая передается при условии, что принят сигнал S_1. Функция, изображенная слева, $P(S^*|S_2)$, в свою очередь, представляет ту же функцию распределения вероятностей непрерывной случайной переменной S^*, которая передается при условии, что принят сигнал S_2. На оси абсцисс показан полный диапазон возможных значений непрерывной случайной переменной S^*, которая образуется в приемнике.

Таким образом, вещественным представлением мягкого решения на входе декодера является логарифм отношения функций правдоподобия $\ln F$

$$\ln F = \ln\left(\frac{P(S_1)}{P(S_2)}\right) + \ln\left(\frac{P(S^*|S_1)}{P(S^*|S_2)}\right), \tag{1}$$

причем первое слагаемое в правой части равенства является логарифмом отношений априорных вероятностей $P(S_1)$ и $P(S_2)$, обозначим его

$$L_S(S_1, S_2) = \ln\left(\frac{P(S_1)}{P(S_2)}\right), \tag{2}$$

а второе слагаемое – суть логарифм отношения апостериорных вероятностей $P(S^*|S_1)$ и $P(S^*|S_2)$:

$$L_{DS}(S_1, S_2) = \ln\left(\frac{P(S^*|S_1)}{P(S^*|S_2)}\right) \tag{3}$$

как результат канальных измерений в приемнике.

Т.о. логарифм отношения функций правдоподобия $L_{FS} = \ln F$ перепишем в виде

$$L_{FS}\left(S_1,S_2\right) = L_S\left(S_1,S_2\right) + L_{DS}\left(S_1,S_2\right). \quad (4)$$

Предположим, как и прежде, что при передаче информации используется два сигнала ($S_1 = 1$ и $S_2 = -1$) и соответствующие им двоичные кодовые символы $C_1 = 1$ и $C_2 = 0$.

В [8] показано, что для систематических кодов мягкое решение на выходе декодера (в логарифмическом масштабе) о принятом символе записывается в виде выражения:

$$L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right) = L_{FS}\left(S_1,S_2\right) + L_{DK}\left(c_1,c_2\right), \quad (5)$$

где $L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$ - логарифм отношения функций правдоподобия о принятом символе, полученный в результате декодирования.

Подставляя (4) в (5) получим:

$$\begin{aligned} &L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right) = \\ &= L_S\left(S_1,S_2\right) + L_{DS}\left(S_1,S_2\right) + L_{DK}\left(c_1,c_2\right), \end{aligned} \quad (6)$$

т.е. мягкое решение на выходе декодера зависит от трех величин: $L_S\left(S_1,S_2\right)$ - логарифм отношения априорных вероятностей сигналов S_1 и S_2; $L_{DS}\left(S_1,S_2\right)$ - логарифм отношения апостериорных вероятностей сигналов S_1 и S_2 (результат канальных измерений) и $L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$ - логарифм отношения функций правдоподобия двоичных кодовых символов C_1 и C_2 как результат декодирования.

Чтобы получить $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$, нужно просуммировать отдельные вклады, поскольку все три компонента статистически независимы [8]. Мягкий выход декодера $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$ является вещественным числом, обеспечивающим как само принятие жесткого решения, так и его надежность. Знак $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$ задает жесткое решение, т.е.:

$$c_i = \begin{cases} C_1 = 1, \text{ если } L_{FDK}\left(S_1,S_2,c_1,c_2\right) > 0 \\ C_2 = 0, \text{ если } L_{FDK}\left(S_1,S_2,c_1,c_2\right) < 0 \end{cases}, \quad (7)$$

где c_i - значение i -го бита, соответствующее принимаемому решению.

Собственное значение $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$ определяет надежность принимаемого решения.

Как правило, величина $L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$ имеет тот же знак что и $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$, что повышает, таким образом, надежность принимаемого решения.

Для статистически независимых величин x и y сумма двух логарифмических отношений правдоподобия $L(x)$ и $L(y)$ определяется следующим выражением:

$$\begin{aligned} &L(x)[+]L(y) = L(x \oplus y) = \ln\left[\frac{e^{L(x)} + e^{L(y)}}{1 + e^{L(x)}e^{L(y)}}\right] \approx \\ &\approx (-1) \times \operatorname{sgn}\left[L(x)\right] \times \operatorname{sgn}\left[L(y)\right] \times \min\left(\left|L(x)\right|, \left|L(y)\right|\right), \end{aligned} \quad (8)$$

где функция $\operatorname{sgn}[z]$ возвращает знак своего аргумента z, а знак "$\oplus$" применяется для обозначения суммы по модулю 2 данных, представленных двоичными цифрами. Знак $[+]$ используется для обозначения суммы логарифмов функций правдоподобия, который определяется как логарифм функции правдоподобия суммы по модулю 2 соответствующих аргументов.

Во время первой итерации на таком декодере (см. рис. 2), данные считаются равновероятными, что дает начальное априорное значение $L_S\left(S_1,S_2\right) = 0$ в уравнении (6). Канальное измерение дает значение $L_{DS}\left(S_1,S_2\right)$, которое получается путем взятия логарифма отношения величин $P\left(S^* = x \middle| S_1\right)$ и $P\left(S^* = x \middle| S_2\right)$ для определенных значений x (см. рис. 3) и является вторым членом уравнения (6). Выход декодера $L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$ представляет собой сведения, вытекающие из процесса декодирования. Для итеративного декодирования, как показано на рис. 2, внешнее правдоподобие подается обратно на вход (другого составного декодера) для обновления априорной вероятности информации следующей итерации, т.е. производится обновление априорной вероятности:

$$L_S\left(S_1,S_2\right) = L_{DK}\left(C_1, C_2\right).$$

Таким образом, решение при финальном декодировании каждого символа кодовой последовательности и сведения о его надежности зависят от величины $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$. Основываясь на уравнении (7) запишем алгоритм, дающий оценку мягкого выхода декодера $L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$ и результирующую оценку $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$.

1. Устанавливаем $L_S\left(S_1,S_2\right) = 0$.
2. Декодируем с мягким решением первый составной код, т.е. находим мягкое решение $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$.
3. На основании уравнения (6) вычисляем $L_{DK}\left(C_1, C_2\right) = L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right) - L_S\left(S_1,S_2\right) - L_{DS}\left(S_1,S_2\right)$.
4. Для следующего составного кода устанавливаем $L_S\left(S_1,S_2\right) = L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$.
5. Декодируем с мягким решением следующий составной код, т.е. находим мягкое решение $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$.
6. Для всех составных кодов повторяем шаги 3-5.
7. Результатом турбодекодирования является жесткое решение о кодовом символе c по выражению (7) на основании полученного на последнем шаге мягкого решения $L_{FDK}\left(S_1,S_2,C_1,C_2\right)$.

Таким образом, как показывает анализ приведенного алгоритма, основной задачей при реализации турбодекодирования является разработка эффективных процедур мягкого декодирования составных кодов, т.е. разработка процедур вычисления мягкого решения $L_{DK}\left(C_1, C_2\right)$ для итеративной процедуры обмена в процессе турбодекодирования.

Исследуем процедуры нахождения мягкого решения $L_{DK}(C_1, C_2)$ на выходе декодера, проанализируем возможные пути вычисления последнего слагаемого в правой части равенства (6) - логарифма отношения функций правдоподобия двоичных кодовых символов C_1 и C_2 как результат декодирования.

Рассмотрим линейный блоковый (n, k, d) код над конечным полем $GF(2)$. Линейный код, как подпространство $GF^k(2) \subseteq GF^n(2)$, задается порождающей матрицей G, строки которой образуют базис линейного пространства $GF^k(2)$. По определению, для каждого линейного кода существует ортогональное дополнение – подпространство $GF^{n-k}(2) \subseteq GF^n(2)$, все элементы которого ортогональны элементам из $GF^k(2)$. Базис линейного пространства $GF^{n-k}(2)$ задается проверочной матрицей H, причем из условия взаимной ортогональности следует равенство

$$GH^T = 0,$$

где под «0» понимается $k \times r$ матрица нулевых элементов $GF(2)$.

Последнее равенство запишем в виде

$$cH^T = 0,$$

где $c = (c_0, c_1, ..., c_{n-1})$ - произвольное кодовое слово рассматриваемого линейного блокового (n, k, d) кода, т.е. $c \in GF^k(2)$, $c_i \in [0,1]$.

Принимая во внимание тот факт, что все элементы $GF^{n-k}(2)$ могут быть выражены через линейную комбинацию строк проверочной матрицы H имеем:

$$ch_i^T = 0,$$

где $h_i = (h_{i_0}, h_{i_1}, ..., h_{i_{n-1}})$ - произвольный вектор, полученный линейной комбинацией строк матрицы H, $i = 0,1,...,2^{n-k} - 1$.

Другими словами, последнее равенство выполняется для всех 2^{n-k} векторов из $GF^{n-k}(q)$ и имеем систему проверочных уравнений:

$$\begin{cases} c_0 h_{0_0} + c_1 h_{0_1} + ... + c_0 h_{0_{n-1}} = 0; \\ c_0 h_{1_0} + c_1 h_{1_1} + ... + c_0 h_{1_{n-1}} = 0; \\ ... \\ c_0 h_{(2^{n-k}-1)_0} + c_1 h_{(2^{n-k}-1)_1} + ... + c_0 h_{(2^{n-k}-1)_{n-1}} = 0. \end{cases} \quad (9)$$

Предположим теперь, что кодовое слово $c = (c_0, c_1, ..., c_{n-1})$ принимается по критерию максимума апостериорной вероятности, т.е. получены значения логарифмов отношения апостериорных вероятностей $P(S^*|S_1)$ и $P(S^*|S_2)$:

$$L_{DS}(c_j) = L_{DS}(S_1, S_2) = \ln\left(\frac{P(S^*|S_1)}{P(S^*|S_2)}\right)$$

о каждом кодовом символе c_j, $j = 0,1,...,n-1$ как результат канальных измерений соответствующих сигналов в приемнике.

Логарифмы отношений априорных вероятностей $P(S_1)$ и $P(S_2)$, соответствующие каждому из кодовых символов c_j, $j = 0,1,...,n-1$ обозначим

$$L_S(c_j) = L_S(S_1, S_2) = \ln\left(\frac{P(S_1)}{P(S_2)}\right).$$

Тогда, с учетом (6) и правила (8) для i -го проверочного уравнения имеем:

$$L_{DK_i}(c_j) = \begin{cases} (L_S(c_0) + L_{DS}(c_0))h_{i_0} [+] (L_S(c_1) + L_{DS}(c_1))h_{i_1} [+]...[+] \\ [+] (L_S(c_{j-1}) + L_{DS}(c_{j-1}))h_{i_{j-1}} [+] (L_S(c_{j+1}) + L_{DS}(c_{j+1}))h_{i_{j+1}} [+]...[+] \\ [+] (L_S(c_{n-1}) + L_{DS}(c_{n-1}))h_{i_{n-1}} = \sum\limits_{l=0, l \neq j}^{n-1} (L_S(c_l) + L_{DS}(c_l))h_{i_l} & \text{если } h_{i_j} = 1; \\ \\ (L_S(c_0) + L_{DS}(c_0))h_{i_0} [+] (L_S(c_1) + L_{DS}(c_1))h_{i_1} [+]...[+] \\ [+] (L_S(c_{n-1}) + L_{DS}(c_{n-1}))h_{i_{n-1}} = \sum\limits_{l=0}^{n-1} (L_S(c_l) + L_{DS}(c_l))h_{i_l} & \text{если } h_{i_j} = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где суммирование «$[+]$» и «$\sum$ » ведется по правилу сложения логарифмов правдоподобия, т.е. по выражению (9).

Если предположить, что все оценки $L_{DK_i}(c_j)$, $j = 0,1,...,n-1$ статистически независимы (например, при взаимной ортогональности проверочных уравнений), то результирующая оценка $L_{DK}(c_j)$ запишется в виде:

$$L_{DK}(c_j) = \sum_{i=0}^{2^{n-k}-1} L_{DK_i}(c_j), \quad (11)$$

где суммирование производится по обычному арифметическому правилу сложения вещественных чисел.

Мягкий выход декодера $L_{FDK}(c_j) = L_{FDK}(C_1, C_2)$ является вещественным числом, и определяется по выражению (6):

$$\begin{aligned} L_{FDK}(c_j) &= L_S(c_j) + L_{DS}(c_j) + L_{DK}(c_j) = \\ &= L_S(c_j) + L_{DS}(c_j) + \sum_{i=0}^{2^{n-k}-1} L_{DK_i}(c_j) \end{aligned}. \quad (12)$$

Знак $L_{FDK}(c_j)$ задает жесткое решение по правилу (7):

$$c_j = \begin{cases} C_1 = 1, \text{ если } L_{FDK}(c_j) > 0 \\ C_2 = 0, \text{ если } L_{FDK}(c_j) < 0 \end{cases}.$$

Выражения (10), (11) и (12) задают решающую функцию, основанную на использовании логарифмов отношения функций правдоподобия принимаемых сигналов (вычисленных с использованием априорных и апостериорных вероятностей), а так же логарифма отношения функций правдоподобия двоичных кодовых символов в результате декодирования. Соответствующая сумма (11) задает решающую функцию, основанную только на использовании результата декодирования.

Раскрывая знак суммирования по правилу (10), получим, что выражение (11) содержит 2^{n-k} слагаемых, каждое из которых представляет результат суммирования n логарифмов правдоподобия кодовых символов. В свою очередь, логарифмы правдоподобия кодовых символов – суть сумма логарифмов правдоподобия принимаемых сигналов (вычисленных с использованием априорных и апостериорных вероятностей). Сходимость в этом случае с известными положениями теории помехоустойчивого кодирования подтверждает достоверность и адекватность полученных результатов.

Результаты исследования методов мягкого декодирования каскадных кодовых конструкций с итеративным обменом мягкими решениями. Полученные результаты исследования методов декодирования с итеративным обменом мягкими решениями позволяют формализовать вычислительный алгоритм турбо-декодирования каскадных кодов (турбо-продуктивных кодов). Перспективным направлением дальнейших исследований является экспериментальная проверка эффективности предложенных методов декодирования, оценка достигаемого энергетического выигрыша от турбо-продуктивного кодирования при использовании итеративного обмена мягкими решениями и упорядоченных подмножеств проверочных уравнений линейных блоковых кодов.

Обсуждение результатов исследования методов мягкого декодирования каскадных кодовых конструкций с итеративным обменом мягкими решениями. Проведенный анализ известных подходов к построению схем декодирования линейных блоковых кодов с мягкими решениями показал, что существующие методы реализуют одно из оптимальных правил: правило минимизации вероятности ошибочного декодирования принятой последовательности; правило минимизации средней вероятности ошибочного декодирования символов принятой последовательности.

Реализация мягкого декодирования с итеративным обменом мягких решений о достоверности символов принятой последовательности (схема турбо-декодера) предполагает использование методов мягкого декодирования, минимизирующих среднюю вероятность ошибочного декодирования на символ. Итеративная схема турбо-декодирования за счет многократной пошаговой процедуры «уточнения» мягких решений позволяет значительно повысить достоверность принимаемых символов и снизить таким образом вероятность ошибочного декодирования.

Выводы. В результате проведенных исследований установлено:

1. Усовершенствован метод построения каскадных кодовых конструкций с улучшенными свойствами, который отличается от известных предложенными алгебраическими процедурами синтеза и аналитического описания составных блоковых кодов, что позволяет обобщить синтезируемые каскадные конструкции на случай недвоичных последовательностей с возможностью использования методов декодирования с итеративным обменом мягкими решениями.

2. Усовершенствован метод мягкого декодирования каскадных кодовых конструкций с итеративным обменом мягких решений и разработан алгоритм декодирования, который отличается от известных методов ускоренной процедурой отбора проверочных уравнений с наиболее достоверными символами, что позволяет реализовать декодирование кодовых слов по критерию минимизации ошибочного приема кодовых символов и ускорить процесс турбо-декодирования каскадных кодов.

Список литературы: **1.** *Блейхут, Р.* Теория и практика кодов, контролирующих ошибки [Текст] / *Р. Блейхут*; пер. с англ. И. И. Грушко, В. М. Блиновский; под ред. К. Ш. Зигангирова. – М.: Мир, 1986. – 576 с. **2.** *Кларк, Дж.* Кодирование с исправлением ошибок в системах цифровой связи [Текст] / *Дж. Кларк, мл., Дж. Кейн*; пер. с англ. Гельфанд С. И. – М.: Радио и связь. – 1987. – 392 с. **3.** *Кузьмин, И. В.* Основы теории шифрования и кодирования [Текст] / *И. В. Кузьмин, В. А. Кедрус*. – К.: Вища школа, 1986. – 238 с. **4.** Проектування інформаційних систем [Текст]: посіб. [для студ. вищ. навч. закл.] / *Пономаренко В. С., Пушкар О. І., Журавльова І. В., Мінухін С. В.* – К.: ВЦ «Академія», 2002. – 496 с. **5.** *Приходько, С. И.* Розработка каскадных кодов с улучшенными свойствами [Текст] / *С. И. Приходько, С. А. Гусев, В. А. Зубенко* // Системи обробки інформації. . – Х. ХУПС, 2011. – Вип. 2 (92). – С. 119–128. **6.** *Кузнецов, А. А.* Мягкое декодирование каскадных кодов-произведений с использованием упорядоченных подмножеств проверочных уравнений [Текст] / *А. А. Кузнецов, С. И. Приходько, С. А. Гусев, В. А. Зубенко* // Системи обробки інформації. – Х. ХУПС, 2011. – Вип. 4 (94). – С. 137–145. **7.** *Мак-Вильяме, Ф.Дж.* Теория кодов, исправляющих ошибки / *Ф. Дж. Мак-Вильяме, И. Дж. А. Слоэн*. – М.: Связь, 1979. – 744 с.**8.** *Скляр, Б.* Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение / *Б. Скляр.* – М.: Изд. Дом «Вильяме», 2003. – 1104 с. **9.** *Блох, Э. Л.* Обобщенные каскадные коды (Алгебраическая теория и сложность реализации) [Текст] / *Э. Л. Блох, В. В. Зяблов.* – М.: Связь, 1976. – 240 с. **10.** *Злотник, Б. М.* Помехоустойчивые коды в системах связи [Текст] / *Б. М. Злотник* – М.: Радио и связь, 1989. – 232 с. **11.** *Прокис, Дж.* Цифровая связь [Текст] / *Дж. Прокис;* [пер. с англ.; под ред. Д. Д. Кловского]. – М.: Радио и связь, 2000. – 800 с.

Bibliography (transliterated): **1.** *Bleikhut, R. per. s anhl. Y. Y. Hrushko, V. M.* (1986). Blynovskyi; pod red. K. Sh. Zyhanhyrova. Teoryia y praktyka kodov, kontrolyruiushchykh oshybky. Moscow: Myr, 576. **2.** *Klark, Dzh. ml., Kein, Dzh.; per. s anhl. Helfand, S. Y.* (1987). Kodyrovanye s yspravlenyem oshybok v systemakh tsyfrovoi sviazy. Stat. teoryia sviazy. Moscow. Radyo y sviaz, 28, 392. **3.** *Kuzmyn, Y. V., Kedrus, V. A.* (1986). Osnovi teoryy shyfrovanyia y kodyrovanyia. Kiev: Vyshcha shkola, 238. **4.** *Ponomarenko, V. S., Pushkar, O. I., Zhuravlova, I. V., Minukhin, S. V.* (2002). Proektuvannia informatsiinykh system posib. [dlia stud. vyshch. navch. zakl.]. Kiev: VTs «Akademiia», 496. **5.** *Prykhodko, S. Y., Husev, S. A., Zubenko, V. A.* (2011). Rozrabotka kaskadnikh kodov s uluchshennimy svoistvamy. *Systemy obrobky informatsii*. Kharkov. KhUPS, 2 (92), 119–128. **6.** *Kuznetsov, A. A., Prykhodko, S. Y., Husev, S. A., Zubenko, V. A.* (2011). Miahkoe dekodyrovanye kaskadnikh kodov-proyzvedenyi s yspolzovanyem uporiadochennikh podmnozhestv proverochnikh uravnenyi. *Systemy obrobky informatsii*. Kharkov. KhUPS, 4 (94), 137–145. **7.** *Mak-Vyliame, F. Dzh., Y. Dzh. A. Sloen.* (1979). Teoryia kodov, yspravliaiushchykh oshybky. Moscow: Sviaz, 744.**8.** *Sklia, B.* (2003). Tsyfrovaia sviaz. Teoretycheskye osnovi y praktycheskoe prymenenye. Moscow: Yzd. Dom «Vyliame», 1104. **9.** *Blokh, E. L., Ziablov, V. V.* (1976). Obobshchennыe kaskadnыe kodi. Moscow: *Sviaz*, 240. **10.** *Zlotnyk, B. M.* (1989). Pomekhoustoichyvie kodi v systemakh sviazy. Moscow: *Radyo y sviaz*, 232. **11.** *Prokys, Dzh., per. s anhl.; pod red. Klovskoho, D. D.* (2000). Tsyfrovaia sviaz. Moscow: *Radyo y sviaz*, 800.

Поступила (received) 08.10.2015

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Осадчий Сергій Іванович - доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри, Кафедра автоматизації виробничих процесів, Кіровоградський національного технічний університет, пр. Університетський, 8. м. Кіровоград, 25006, конт. тел.: (095) 318-52-52. e-mail: srg2005@ukr.net

Осадчий Сергей Иванович - доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой, Кафедра автоматизации производственных процессов, Кировоградский национальный технический університет, пр. Университетский, 8. г.. Кировоград, 25006, конт. тел .: (095) 318-52-52. e-mail: srg2005@ukr.net

Osadchy Sergei - PhD, Professor, Head of Department, Department of automation of production processes, Kirovograd National Technical University, pr. University, 8 m. Kirovograd, 25006.

Кузнецова Елена Яковлевна - доктор педагогических наук, доцент, заведующий кафедрой, Кафедра теоретической и прикладной физики, Национальный авиационный университет, пр. Космонавта Комарова, 1, г. Киев, Украина, 03680, конт. тел.: 066-710-46-93, e-mail: elena2055@ukr.net

Кузнєцова Олена Яківна - доктор педагогічних наук, доцент, завідувач кафедри, Кафедра теоретичної та прикладної фізики, Національний авіаційний університет, пр. Космонавта Комарова, 1, м. Київ, Україна, 03680.

Kuznetsova Olena - Doctor of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Head of Department Department of Theoretical and Applied Physics, National Aviation University, ave. Kosmonavta Komarova 1, Kyiv, Ukraine, 03680

Зубенко Валентина Александровна - кандидат технических наук, доцент, Кафедра автоматизации производственных процессов, Кировоградский национальный технический університет, пр. Университетский, 8. г. Кировоград, 25006, конт. тел.: (066) 833-71-17. e-mail: zub_valya@ukr.net

Зубенко Валентина Олександрівна - кандидат технічних наук, доцент, Кафедра автоматизації виробничих процесів, Кіровоградський національний технічний університет, пр. Університетський, 8. г. Кіровоград, 25006,, конт. тел .: (066) 833-71-17. e-mail: zub_valya@ukr.net

Zubenko Valentina - Ph.D., Associate Professor, Department of automation of production processes, Kirovograd National Technical University, pr. University, 8 g .. Kirovograd, 25006.

Голик Елена Петровна - кандидат технических наук, доцент, Кафедра автоматизации производственных процессов, Кировоградский национальный технический університет, пр. Университетский, 8. г.. Кировоград, 25006, конт. тел.: (066) 520-19-40. e-mail: dego@ukr.net

Голик Олена Петрівна - кандидат технічних наук, доцент, Кафедра автоматизації виробничих процесів, Кіровоградський національного технічний університет, пр. Університетський, 8. м. Кіровоград, 25006, конт. тел.: (066) 520-19-40. e-mail: dego@ukr.net

Golik Elena Petrovna - Ph.D., Associate Professor, Department of automation of production processes, Kirovograd National Technical University, pr. University, 8 g .. Kirovograd, 25006

УДК 539.3.01

Э. Б. КУЛИЕВ

ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ НЕОДНОРОДНОЙ ПОЛУПЛОСКОСТИ, ОСЛАБЛЕННОЙ КРУГОВОЙ ПОЛОСТЬЮ, ПРИ ДЕЙСТВИИ КУСОЧНО-РАСПРЕДЕЛЕННОЙ НАГРУЗКИ НА ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ ГРАНИЦЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

В представленной статье решена неоднородная задача для полуплоскости с круговой полостью при действии равномерно-распределенной нагрузки на прямолинейной границе полуплоскости. Задача решена методами теории функций комплексного переменного (теория рядов Лорана, метод Н. И. Мусхелешвили) в сочетании с проекционным методом Бубнова-Галеркина. В конечном итоге, при конкретных физических и геометрических параметрах двухсвязной неоднородной полуплоскости представлена численная реализация полученных решений и построены эпюры окружных напряжений для нулевого и первого приближений.

Ключевые слова: неоднородная полуплоскость, комплексные потенциалы, ряды Лорана, метод последовательных приближений, окружные напряжения.

Введение. Развитие современного строительства тесно связано с методами определения и исследования напряженно-деформированного состояния конструкций и сооружений.

Как известно, развитие городского транспортного строительства также связано с проектированием и строительством подземных сооружений и тоннелей. Проектирование и строительство подземных сооружений и тоннелей в свою очередь обуславливает усовершенствование существующих и создание новых методов расчета подобных сооружений.Как показывает практика эксплуатации подземных сооружений,реальные конструкции существенно отличаются от расчетной.В связи с этим, актуальным направлением в теории сооружений является разработка и внедрение в инженерную практику методов и алгоритмов,которые учитывали бы реальные физико-механические свойства материала вокруг тоннеля.Следует отметить,что определение напряженнодеформированного состояния многосвязной неоднородной полуплоскости,моделирующей тоннели,представляет практический интерес для инженерного проектирования конструкций и сооружений.Учет неоднородности породы массива полуплоскости ,представленный в виде изменяющегося по глубине массива полуплоскости модуля деформации, более реально отражает свойства материала вокруг тоннеля.