

T. Klymenko//Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2017. – № 19 (1241).– P. 30–34. – Bibliogr.: 13. – ISSN 2079-5459

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Білошицька Оксана Костянтинівна – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Факультет біомедичної інженерії, асистент кафедри біомедичної інженерії; м. Київ, проспект Перемоги, 37, e-mail: o.biloshytska@kpi.ua.

Клименко Тетяна Андріївна – Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Факультет біомедичної інженерії, студентка кафедри біомедичної інженерії; м. Київ, проспект Перемоги, 37, e-mail: tatyana.klimenko.95@gmail.com

Белошицкая Оксана Константиновна – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Факультет биомедицинской инженерии, ассистент кафедры биомедицинской инженерии; г. Киев, проспект Победы, 37; e-mail: o.biloshytska@kpi.ua.

Клименко Татьяна Андреевна – Национальный технический университет Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Факультет биомедицинской инженерии, студентка кафедры биомедицинской инженерии; г. Киев, проспект Победы, 37; e-mail: tatyana.klimenko.95@gmail.com

Biloshytska Oksana – National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Faculty of Biomedical Engineering, assistant of department of Biomedical Engineering; Peremogy ave., 37, Kyiv;

Klymenko Tetiana – National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Faculty of Biomedical Engineering, student of department of Biomedical Engineering; Peremogy ave., 37, Kyiv;

УДК 629.7.615.3

Н. С. АЩЕПКОВА

МОДЕЛЮВАННЯ ТА АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ПОЗИЦІЮВАННЯ МАНІПУЛЯТОРА

Пакет прикладних програм *Mathcad* являється потужною середовищем для рішення наукоємких дослідницьких та інженерних задач. К достоїнствам програмного забезпечення слід віднести широкий вибір вбудованих функцій, інструментів, програмних засобів та зрозумілий наочний інтерфейс.

При проектуванні маніпуляторів необхідно проводити математичне моделювання для уточнення та оптимізації конструкційних і динамічних параметрів. Для розробки і налагодження програми на машинно-орієнтованому мовою потрібна спеціальна підготовка користувача і додаткові витрати часу. Чисельне моделювання з використанням *Mathcad* дозволяє знизити трудомісткість інженерної роботи.

Ключевые слова: точність позиціонування, кінематична схема, полюс схвату, перетворення координат, траєкторія руху.

Пакет прикладних програм *Mathcad* є потужною середовищем для вирішення наукоємних дослідницьких та інженерних задач. До переваг програмного забезпечення слід віднести широкий вибір вбудованих функцій, інструментів, програмних засобів і зрозумілий наочний інтерфейс.

При проектуванні маніпуляторів необхідно проводити математичне моделювання для уточнення і оптимізації конструкційних і динамічних параметрів. Для розробки і налагодження програми на машинно-орієнтованому мовою потрібна спеціальна підготовка користувача і додаткові витрати часу. Чисельне моделювання з використанням *Mathcad* дозволяє знизити трудомісткість інженерної роботи.

Ключові слова: точність позиціонування, кінематична схема, полюс схвату, перетворення координат, траєкторія руху.

The *Mathcad* software package is a powerful environment for solving science-intensive research and engineering tasks. The advantages of software include a wide range of built-in functions, tools, software tools and an intuitive visual interface.

While designing manipulators, it is necessary to perform mathematical modeling to refine and optimize the design and dynamic parameters. To develop and debug a program in a machine-oriented language, special user training and additional time is required. Numerical modeling with the use of *Mathcad* allows to reduce labor intensity of engineering work. In work methods of problems solution of the kinematic analysis of manipulators are considered and the algorithm of the analysis of accuracy of the manipulator by results of mathematical modeling is presented.

The article defines the features of calculating the accuracy of the manipulator positioning when using the *Mathcad* software package. An example of a solution to the problem of analyzing the accuracy of positioning for a six-link manipulator operating in a spherical coordinate system is considered. For this example, the kinematic diagram of the manipulator is presented, the matrices of the coordinate transformation are composed, the coordinates of the grip pole in the reference frame connected with the base are determined, the error of the positioning of the gripper is calculated.

Keywords: accuracy of positioning, kinematic circuit, pole схвату, transformation of coordinates, trajectory of movement.

Вступ. При розв’язанні завдань кінематичного аналізу роботів за допомогою ЕОМ потрібні програми чисельного рішення трансцендентних та диференціальних рівнянь, коефіцієнти яких є функціями часу. Виникає потреба створити методику математичного моделювання та аналізу точності позиціонування схвату маніпулятора у досить поширеному програмному середовищі *Mathcad* [5, 6].

Аналіз літературних даних та постановка проблеми. Маніпулятор виробничого робота можна уявити як відкритий кінематичний ланцюг, тверді ланки якого з’єднані кінематичними парами п’ятого класу [2, 3, 7]. Якщо кінематичний ланцюг не містить внутрішніх замкнутих контурів, то число кінематичних пар n визначає число ступенів рухливості маніпу

© Н. С. Ащепкова. 2017

лятора [1 - 4, 7, 8]. Положення кінематичного ланцюга маніпулятора визначають за допомогою узагальнених координат $q_i(t)$, ($i = 1, 2, \dots, n$) - відносних переміщеннях у кінематичних парах [1-4, 7, 8].

Розв'язання оберненої задачі про положення маніпулятора здійснюється як на етапі проектування, так і на етапі синтезу керуючих впливів [2, 3, 8]. Варто врахувати, що для маніпуляторів з більшим числом ступенів рухливості можливо кілька наборів узагальнених координат, що забезпечують задане положення полюсу схвату. Вибір оптимального рішення проводиться виходячи з додаткових обмежень [9, 10] або критеріїв якості [2-4, 8].

Моделювання динаміки маніпулятора обґрунтовано для синтезу траєкторії, визначення орієнтації і точності позиціонування особливої точки Р – полюса схвату маніпулятора [9, 10].

Математична модель маніпулятора складається методом Лагранжа-Ейлера або Ньютона-Ейлера, з перетворенням координат методом Денавіта-Хартенберга [1 - 4, 8].

Мета дослідження. Мета дослідження – моделювання динаміки та розробка методу аналізу точності позиціонування маніпулятора виробничого роботу у середовищі Mathcad.

Вихідні дані для моделювання руху та аналізу точності позиціонування маніпулятора з використанням Mathcad [5, 6] містять інформацію щодо

кінематичної схеми маніпулятора,
геометричних розмірів й щільностей ланок маніпулятора,
необхідного закону руху схвату маніпулятора,
початкового положення ланок,
навантаження.

С кожною ланкою маніпулятора зв'яжемо праву декартову систему координат $O_iX_iY_iZ_i$. Початок відліку O_i розташуємо в центрі шарніра, одну координатну вісь направимо по осі шарніра, другу координатну вісь направимо уздовж осі симетрії ланки, третя координатна вісь доповнює систему до правої [3, 4, 7, 8]. Рух маніпулятора визначається зміною в часі узагальнених координат $q_i(t)$, якими є кути повороту - в обертальних, і переміщення - у поступальних кінематичних парах.

Алгоритм розв'язання задач кінематичного і динамічного аналізу маніпуляторів докладно розглянуто у [2]. Координати особливої точки Р маніпулятора в системі координат зв'язаною з n - ою ланкою $\vec{r}_P^n = (x_p \ y_p \ z_p \ 1)^T$ і в системі координат зв'язаною з основою робота визначимо за формулою:

$$\vec{r}_P^0 = f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot \dots \cdot A_{n-1}^n \cdot \vec{r}_P^n = T_n \cdot \vec{r}_P^n, \quad (1)$$

де $T_n = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot \dots \cdot A_{n-1}^n$ - загальна матриця перетворення координат від n - ої ланки до 0 - ої ланки (основи маніпулятора).

Рівняння (1) – рівняння кінематики, що дозволяє визначити положення об'єкта маніпулювання в просторі, заданому декартовими координатами.

Похибка при позиціонуванні схвату обумовлена збуреннями різних функціональних елементів робота. Точність позиціонування особливої точки Р залежить

від похибок в шарнірах при відносних рухах ланок через наявність зазорів в кінематичних парах; похибок роботи приводів і системи управління.

У загальному випадку похибка позиціонування маніпулятора:

$\Delta\{ \Delta x, \Delta y, \Delta z, \Delta \alpha, \Delta \beta, \Delta \gamma \}$ – нелінійна функція похибок;

$\Delta i\{ \Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i, \Delta \alpha_i, \Delta \beta_i, \Delta \gamma_i \}$ - в i -х шарнірах [2, 3], тут $\Delta x_i, \Delta y_i, \Delta z_i$ - складові похибки позиціонування по осях O_iX_i, O_iY_i, O_iZ_i ; $\Delta \alpha_i, \Delta \beta_i, \Delta \gamma_i$ – кутові складові похибки щодо тих же осей.

Складові лінеаризованої функції Δ має вигляд

$$\Delta_x \approx \sum_i \left(\frac{\partial x}{\partial \Delta_{xi}} \Delta_{xi} + \frac{\partial x}{\partial \Delta_{yi}} \Delta_{yi} + \frac{\partial x}{\partial \Delta_{zi}} \Delta_{zi} + \frac{\partial x}{\partial \Delta_{\alpha i}} \Delta_{\alpha i} + \frac{\partial x}{\partial \Delta_{\beta i}} \Delta_{\beta i} + \frac{\partial x}{\partial \Delta_{\gamma i}} \Delta_{\gamma i} \right),$$

$$\Delta_y \approx \sum_i \left(\frac{\partial y}{\partial \Delta_{xi}} \Delta_{xi} + \frac{\partial y}{\partial \Delta_{yi}} \Delta_{yi} + \frac{\partial y}{\partial \Delta_{zi}} \Delta_{zi} + \frac{\partial y}{\partial \Delta_{\alpha i}} \Delta_{\alpha i} + \frac{\partial y}{\partial \Delta_{\beta i}} \Delta_{\beta i} + \frac{\partial y}{\partial \Delta_{\gamma i}} \Delta_{\gamma i} \right),$$

$$\Delta_z \approx \sum_i \left(\frac{\partial z}{\partial \Delta_{xi}} \Delta_{xi} + \frac{\partial z}{\partial \Delta_{yi}} \Delta_{yi} + \frac{\partial z}{\partial \Delta_{zi}} \Delta_{zi} + \frac{\partial z}{\partial \Delta_{\alpha i}} \Delta_{\alpha i} + \frac{\partial z}{\partial \Delta_{\beta i}} \Delta_{\beta i} + \frac{\partial z}{\partial \Delta_{\gamma i}} \Delta_{\gamma i} \right).$$

Запишемо вираз для похибки в матричній формі:

$$\Delta = \sum_i \Phi_i \cdot \Delta_i, \quad (2)$$

де

$$\Phi_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial \Delta_{xi}} & \dots & \frac{\partial x}{\partial \Delta_{\gamma i}} \\ \frac{\partial y}{\partial \Delta_{xi}} & \dots & \frac{\partial y}{\partial \Delta_{\gamma i}} \\ \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix},$$

являє собою матрицю коефіцієнтів передавальних відносин похибок Δ_i в шарнірах до викликаних ними відповідних складових похибок в точці позиціонування. Ці коефіцієнти залежать від геометричних розмірів, кінематичної схеми маніпулятора і визначаються конфігурацією кінематичного ланцюга в кожній точці позиціонування.

Похибки позиціонування точки Р з використанням співвідношень (1, 2) розрахуємо за формулами:

$$\Delta_{xP} = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)_1 \cdot \Delta_{\alpha i}, \quad \Delta_{yP} = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)_2 \cdot \Delta_{\alpha i},$$

$$\Delta_{zP} = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)_3 \cdot \Delta_{\alpha i},$$

де

$$\left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)_1, \quad \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)_2, \quad \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)_3 \quad -$$

компоненти вектора $\left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_P^6 \right)$; $\Delta_{\alpha i}$ – кутова похибка

в i -му шарнірі. Загальна похибка позиціонування полюса схвату Р становить: $\Delta_P = \sqrt{\Delta_{xP}^2 + \Delta_{yP}^2 + \Delta_{zP}^2}$.

Складемо алгоритм розв'язання задачі аналізу точності позиціонування маніпулятора з використанням пакета прикладних програм *Mathcad*:

1) визначимо матриці перетворення координат методом Денавіта-Хартенберга [2-4, 8] для поступальних кінематичних пар:

$$A_v(\vec{i}, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & \pm q + x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_v(\vec{j}, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & \pm q + y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_v(\vec{k}, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & \pm q + z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

для обертовальних кінематичних пар:

$$A_w(\vec{i}, q) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & x \\ 0 & \cos q & \pm \sin q & y \\ 0 & \mp \sin q & \cos q & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_w(\vec{j}, q) = \begin{bmatrix} \cos q & 0 & \pm \sin q & x \\ 0 & 1 & 0 & y \\ \mp \sin q & 0 & \cos q & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_w(\vec{k}, q) = \begin{bmatrix} \cos q & \pm \sin q & 0 & x \\ \mp \sin q & \cos q & 0 & y \\ 0 & 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

2) на підставі кінематичної схеми маніпулятора представимо переміщення полюсу схвату, як послідовність рухів по кожній узагальненій координаті. Складемо ланцюжок переміщень від 0 - ої ланки (основи маніпулятора) до n - ої ланки, відносно якої особлива особлива точка P нерухлива. Наприклад:

$$0 \xrightarrow{A_w(\vec{k}, q_1)} 1 \xrightarrow{A_v(\vec{k}, q_2)} 2 \xrightarrow{A_w(\vec{j}, q_3)} 3 \dots n-1 \xrightarrow{A_v(\vec{i}, q_n)} n. \quad (3)$$

3) визначимо положення точки P маніпулятора в системі координат зв'язаної з n - ою ланкою $\vec{r}_p^n = (x_p \ y_p \ z_p \ 1)^T$ й у системі координат зв'язаної з основою робота

$$\vec{r}_p^0 = f(q_1(t), q_2(t), \dots, q_k(t)) = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot \dots \cdot A_{n-1}^n \cdot \vec{r}_p^n = T_n \cdot \vec{r}_p^n,$$

де $T_n = A_0^1 \cdot A_1^2 \cdot A_2^3 \cdot \dots \cdot A_{n-1}^n$ - загальна матриця перетворення координат від n - ої ланки до 0 - ої ланки (основи маніпулятора). Для розглянутого прикладу згідно (3) отримаємо:

$$A_0^1 = A_w(\vec{k}, q_1), \quad A_1^2 = A_v(\vec{k}, q_2), \\ A_2^3 = A_v(\vec{j}, q_3), \quad \dots, \quad A_{n-1}^n = A_v(\vec{i}, q_n).$$

4) Складові похибки позиціонування визначимо за формулами:

$$\Delta_{xP} = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)_1 \cdot \Delta_{\alpha_i},$$

$$\Delta_{yP} = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)_2 \cdot \Delta_{\alpha_i},$$

$$\Delta_{zP} = \sum_{i=1}^6 \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)_3 \cdot \Delta_{\alpha_i},$$

де $\left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)_1, \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)_2, \left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)_3$ -

компоненти вектора $\left(\frac{\partial T_6}{\partial \alpha_i} \cdot r_p^6 \right)$; Δ_{α_i} - кутова похибка

в i - му шарнірі. Загальна похибка позиціонування полюса схвату P становить: $\Delta_P = \sqrt{\Delta_{xP}^2 + \Delta_{yP}^2 + \Delta_{zP}^2}$.

Приклад. Запропонований метод розглянемо на прикладі 6 - ланкового робота, який працює у сферичній системі координат. Маніпулятор промислового робота розглядається як розімкнутий просторовий кінематичний ланцюг, який складається з послідовно з'єднаних шести ланок. Ланки маніпулятора з'єднані ротаційними кінематичними парами V-го класу - шарнірами (рис. 1).

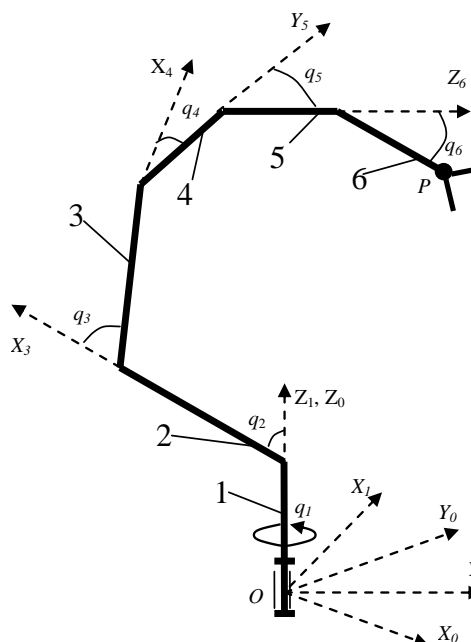


Рис. 1 – Кінематична схема маніпулятора. Системи координат

На рис.1 ланки 1, 2, 3 - стійка, плече і передпліччя відповідно; 4, 5, 6 - елементи кисті маніпулятора. Рухомі з'єднання будь-яких двох ланок забезпечують можливість обертання навколо деякої осі кінематичної пари.

Прийmemo за початкове положення маніпулятора положення, при якому ланка 1 співвісна ланці 2; ланки 3, 4, 5 і 6 співвісні між собою; поздовжні осі ланок 2 і 3 перпендикулярні, а ланки 1 і 6 повернені в шарнірах до упору (рис. 2).

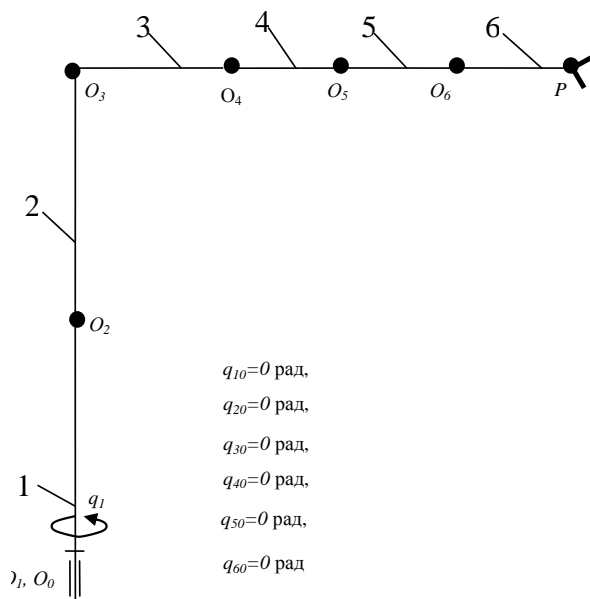


Рис. 2 – Маніпулятор в початковому положенні

Для отримання рівнянь кінематики введемо ортогональні праві системи координат [2]:

- $OXYZ$ - нерухома система координат; початок координат - точка O , площина YOZ збігається з площиною ланок 2 і 3 при початковому положенні маніпулятора;

- $O_i X_i Y_i Z_i$ ($i=1, \dots, 6$) – системи координат, зв'язані з ланками маніпулятора. Точки O суміщенні з центрами відповідних шарнірів (рис. 2). Вісі $O_i Z_i$ спрямовані уздовж ланок до точок O_{i+1} (для $i=1, 2, \dots, 5$). Вісь $O_6 Z_6$ спрямована від точки O_6 до точки P . Вісі $O_i X_i$ (для $i=2, 3, 4$) і вісь $O_5 Y_5$ спрямовані по осях кінематичних пар (при початковому положенні маніпулятора вісі $O_{i-1} X_{i-1}$ і $O_i X_i$ для $i=2, \dots, 5$ – односпрямовані). Вісь $O_6 X_6$ при початковому положенні маніпулятора паралельна і односпрямованим з віссю OX .

Для визначення точності позиціонування об'єкта маніпулювання відносно нерухливої системи координат $OXYZ$ застосуємо лінійні перетворення координат Денавіта-Хартенберга [2, 4, 8].

Для розглянутого прикладу визначимо матриці перетворень координат:

$$A_0^1(\bar{k}, q_1) = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_1^2(\bar{i}, q_2) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & \sin q_2 & \cos q_2 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2^3(\bar{i}, q_3) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_3^4(\bar{i}, q_4) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ 0 & \sin q_4 & \cos q_4 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_4^5(\bar{j}, q_5) = \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$A_5^6(\bar{k}, q_6) = \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Тоді

$$T_6 = \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & \sin q_2 & \cos q_2 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ 0 & \sin q_4 & \cos q_4 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Результати обчислень декартових координат точки P в системі $OXYZ$ з використанням Mathcad наведено на рис. 3.

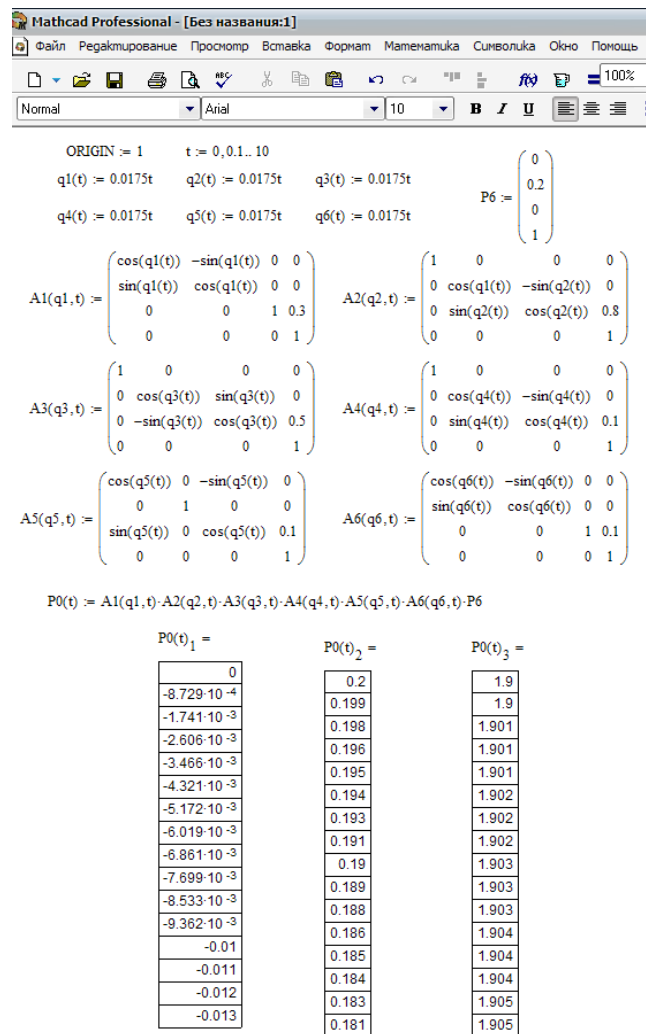


Рис. 3. – Результати обчислень декартових координати точки P в системі OXYZ з використанням Mathcad

Використовуючи результати моделювання кінематики маніпулятора, оцінимо значення похибки позиціонування Δ_P обумовлені похибками роботи приводів робота. Для маніпулятора кінематична схема якого наведена на рис. 1 переміщення в шарнірах задаються кутівими координатами q_i . Розрахуємо похибку позиціонування точки P обумовлену неточністю відпрацювання $q_i(t)$ за формулами:

$$\Delta_{xP} = \begin{bmatrix} -\sin q_1 & -\cos q_1 & 0 & 0 \\ \cos q_1 & \sin q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta_{q1} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & \sin q_2 & \cos q_2 & L_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ 0 & \sin q_4 & \cos q_4 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot r_P^6 + \dots$$

$$+ \begin{bmatrix} \cos q_1 & -\sin q_1 & 0 & 0 \\ \sin q_1 & \cos q_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin q_2 & -\cos q_2 & 0 \\ 0 & \cos q_2 & -\sin q_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \Delta_{q2}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_3 & \sin q_3 & 0 \\ 0 & -\sin q_3 & \cos q_3 & L_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \cos q_4 & -\sin q_4 & 0 \\ 0 & \sin q_4 & \cos q_4 & L_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_5 & 0 & -\sin q_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ \sin q_5 & 0 & \cos q_5 & L_5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos q_6 & -\sin q_6 & 0 & 0 \\ \sin q_6 & \cos q_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot r_P^6 + \dots$$

Формули громіздкі, користуватися ними незручно, тому виконаємо ці розрахунки у середовищі Mathcad (рис. 4). В розрахунках приймалось $\Delta q_i = 1,05 \cdot 10^{-3}$ м.

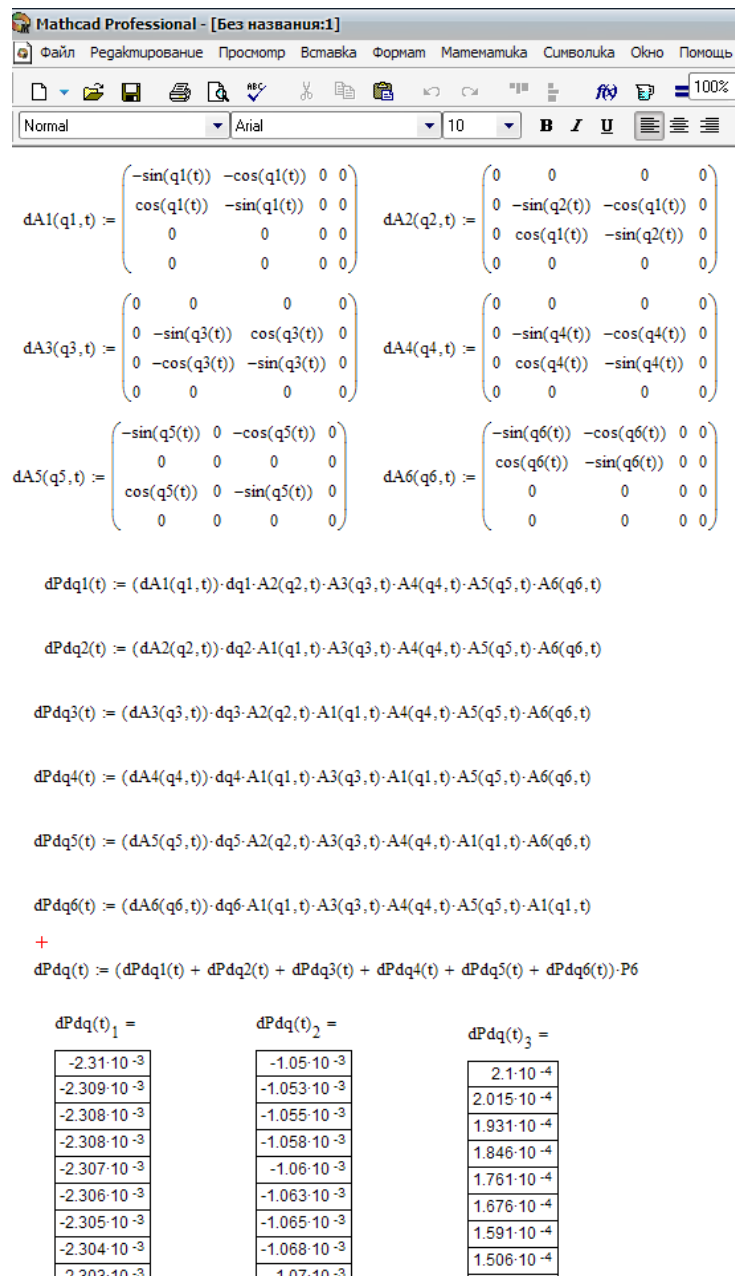


Рис. 4. – Розрахунок похибки позиціонування особливої точки P маніпулятора, яка обумовлена неточністю відпрацювання $q_i(t)$

На рис. 5 наведено графіки залежності похибки позиціонування полюсу схвата від конфігурації маніпулятора, на рис. 5 $\Delta_{x,p}=dPdq(t)_1$, $\Delta_{y,p}=dPdq(t)_2$, $\Delta_{z,p}=dPdq(t)_3$.

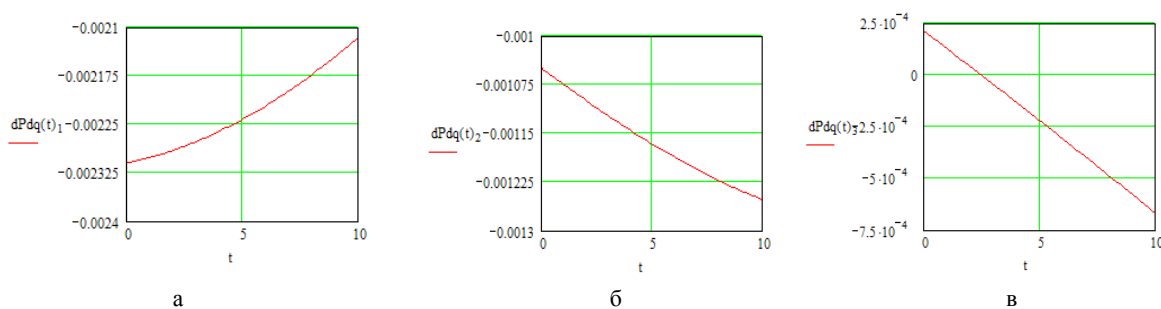


Рис. 5 – Графіки залежності похибки позиціонування полюсу схвата від конфігурації маніпулятора: а – складова похибки. $\Delta_{x,p}$; б – складова похибки. $\Delta_{y,p}$; в – складова похибки. $\Delta_{z,p}$

Загальна похибка позиціонування полюса схвату Р становить: $\Delta_P = \sqrt{\Delta_{xP}^2 + \Delta_{yP}^2 + \Delta_{zP}^2}$. На рис. 6 наведено приклад розрахунку загальної похибки позиціонування полюса схвату Р.

За наведеною методикою можна обчислити матрицю коефіцієнтів Фі передавальних відносин похибок Δ_i в шарнірах до обумовлених ними відповідних складових загальної похибки позиціонування схвату маніпулятора.

Методом математичного моделювання можна визначити окремий внесок кожного збурення у загальну похибку позиціонування схвату. Результати такого розрахунку наведено на рис. 7. При зміні кута $q_1(t) = 0.0175 \cdot t$, $0 \leq t \leq 30$ с і $q_i = \text{const} = 0^\circ$ ($i = 2 \div 6$) загальна похибка $\Delta_P(t)$ – унімодальна опукла функція з екстремальним значенням $\Delta_P \text{ max} = 2,565 \cdot 10^{-3}$ м (рис. 7, а); при зміні кута $q_3(t) = 0.0175 \cdot t$, $0 \leq t \leq 30$ с і $q_i = \text{const} = 0^\circ$ ($i = 1, 2, 4 \div 6$) загальна похибка $\Delta_P(t)$ – зростаюча нелінійна функція з найбільшим значенням $\Delta_P \text{ max} = 2,705 \cdot 10^{-3}$ м (рис. 7, б).

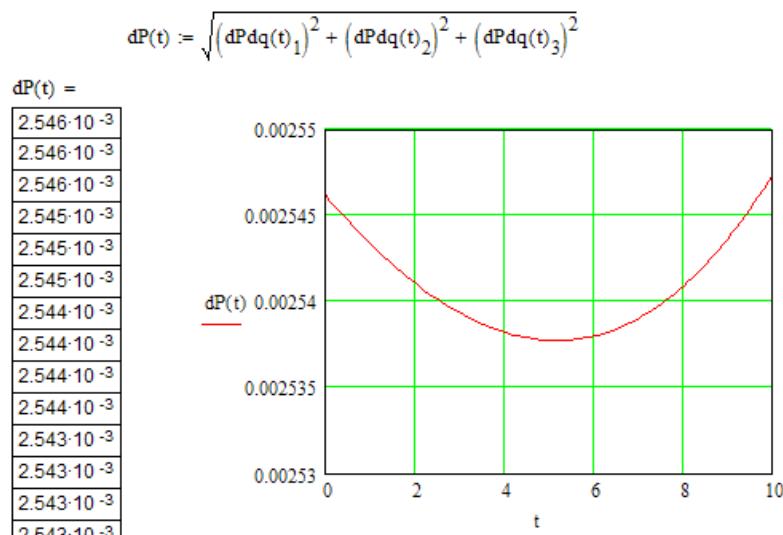


Рис. 6 – Приклад розрахунку загальної похибки позиціонування полюса схвату

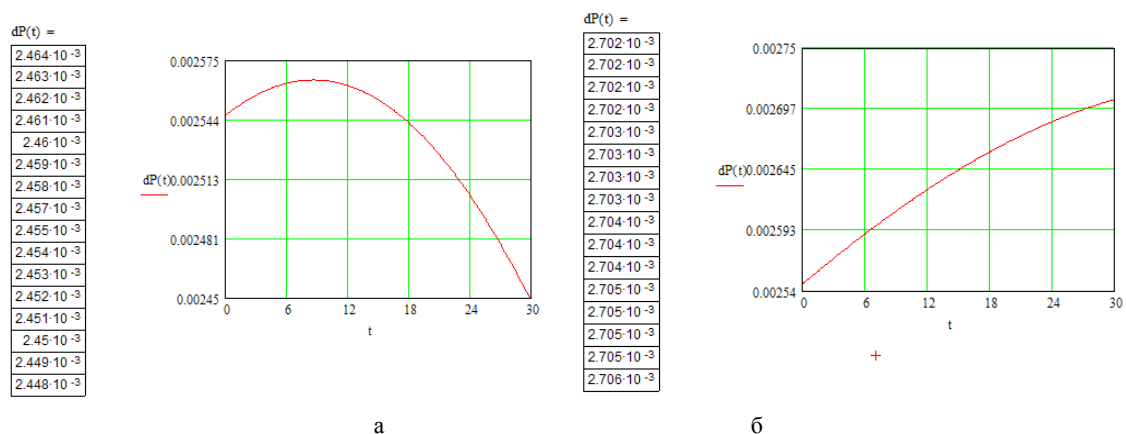


Рис. 7 – Результати математичного моделювання для визначення внеску збурень $q_1(t)$ та $q_3(t)$ у загальну похибку позиціонування схвату

Висновок

На етапі проектування виробничого робота математичне моделювання дозволяє:

- обчислити попередні значення похибки позиціонування полюсу схвату;
- визначити переборні похибки і ліквідувати причини їх виникнення;
- для непереборних похибок підібрати конфігурацію кінематичної схеми маніпулятора, так щоб значення загальної похибки позиціонування

задовольняло умовам точності.

Аналіз графіків загальної похибки дозволяє визначити «критичні» конфігурації кінематичної схеми, граничні значення похибок у приводах та збурення сигналів керування при яких виникають екстремуми функції похибки $\Delta_P(t)$.

У подальшому доопрацюванні виробничого робота математичне моделювання та аналіз загальної похибки $\Delta_P(t)$ дозволяє підвищити точність позиціонування полюсу схвату.

Список літератури:

1. Ащепкова, Н. С. Моделирование и кинематический анализ кривошипно-шатунного механизма [Текст] / Н. С. Ащепкова // Вісник НТУ «ХПІ». – 2014. – № 62. – С. 3–12.
 2. Ащепкова, Н. С. Метод кинематического и динамического анализа манипулятора с использованием Mathcad [Текст] / Н. С. Ащепкова // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2015. – Т. 5, № 7 (77). – С. 54–63. doi: [10.15587/1729-4061.2015.51105](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.51105)
 3. Воробьев, Е. И. Механика промышленных роботов. Кн. 1. Кинематика и динамика [Текст]: уч. пос. / Е. И. Воробьев, С. А. Попов, Г. И. Шевелёва; под. ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. – К.: Вища школа, 1988. – 304 с.
 4. Бурдаков, С. Ф. Проектирование манипуляторов промышленных роботов и роботизированных комплексов [Текст] / С. Ф. Бурдаков, В. А. Дьяченко, А. Н. Тимофеев. – М.: Высшая школа, 1986. – 264 с.
 5. Котлярский, Л. Н. MathCad. Решение инженерных и экономических задач [Текст] / Л. Н. Котлярский. – СПб.: Питер, 2005. – 388 с.
 6. Кудрявцев, Е. М. Mathcad 2000 Pro [Текст] / Е. М. Кудрявцев. – М.: ДМК Пресс, 2001. – С. 530–540.
 7. Сокол, Г. І. Теорія механізмів робототехнічних систем. Кінематика [Текст]: навч. пос. / Г. І. Сокол. – Дніпропетровськ: РВВ ДНУ, 2002. – 92 с.
 8. Шахинпур, М. Курс робототехники [Текст] / М. Шахинпур. – М.: Мир, 1990. – 527 с.
 9. Промышленная робототехника и гибкие автоматизированные производства [Текст] / под. ред. Е. И. Юревича. – Ленинград: Лениндзат, 1984. – 223 с.
 10. Кулешов, В. С. Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы [Текст] / В. С. Кулешов, Н. А. Лакота, В. В. Андрунин и др. – М.: Машиностроение, 1986. – 328 с.
- Bibliography (transliterated):**
1. Ashchepkova, N. S. (2014). Modelirovanie i kinematicheskii analiz krivoshipno -shatunnogo mekhanizma. Visnyk NTU "KhPI", 62, 3–12.
 2. Ashchepkova, N. S. (2015). Mathcad in the kinematic and dynamic analysis of the manipulator. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 5 (7 (77)), 54–63. doi: [10.15587/1729-4061.2015.51105](https://doi.org/10.15587/1729-4061.2015.51105)
 3. Vorob'ev, E. I., Popov, S. A., Shevelyova, G. I.; Frolov, K. V., Vorob'ev, E. I. (Eds.) (1988). Mekhanika promyshlennyh robotov. Kn. 1. Kinematika i dinamika. Kyiv: Vishcha shkola, 304.
 4. Burdakov, S. F., D'yachenko, V. A., Timofeev, A. N. (1986). Proektirovanie manipulyatorov promyshlennyh robotov i robotizirovannykh kompleksov. Moscow: Vysshaya shkola, 264.
 5. Kotlyarskiy, L. N. (2005). MathSad. Reshenie inzhenernykh i ehkonomicheskikh zadach. Sankt-Peterburg: Piter, 388.
 6. Kudryavcev, E. M. (2001). Mathcad 2000 Pro. Moscow: DMK Press, 530–540.
 7. Sokol, H. I. (2002). Teoriya mekhanizmiv robototekhnichnykh system. Kinematyka. Dnipropetrovs'k: RVV DNU, 92.
 8. Shahinpur, M. (1990). Kurs robototekhniki. Moscow: Mir, 527.
 9. Yurevich, E. I. (Ed.) (1984). Promyshlennaya robototekhnika i gibkie avtomatizirovannye proizvodstva. Leningrad: Leninzdat, 223.
 10. Kuleshov, V. S., Lakota, N. A., Andryunin, V. V. et al. (1986). Distancionno upravlyaemye roboty i manipulyatory. Moscow: Mashinostroenie, 328.

Надійшла (received) 07.05.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Моделирование та аналіз точності позиювання маніпулятора / Ащепкова Н. С. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – No 19(1241). – С.34–41. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Моделирование и анализ точности манипулятора / Ащепкова Н. С. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – No 19(1241). – С.34–41. – Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Modeling and analysis of the manipulator accuracy / Aschepkova N. //Bulletin of NTU "KhPI". Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU "KhPI", 2017. – № 19 (1241).– P.34–41. – Bibliogr.:10. – ISSN 2079-5459

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Ащепкова Наталія Сергіївна – кандидат технічних наук, доцент, Кафедра механотроніки, Дніпровський національний університет ім. О. Гончара, пр. Гагаріна, 72, м. Дніпро, Україна, 49010; E-mail: ashchepkova_natalja@rambler.ru.

Ащепкова Наталья Сергеевна – кандидат технических наук, доцент, Кафедра механотроники, Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара, пр. Гагарина, 72, г. Днепр, Украина, 49010; E-mail: ashchepkova_natalja@rambler.ru

Aschepkova Natalia – PhD, Associate Professor, Department mehanotroniky, Oles Honchar Dnipro National University, ave., Gagarina, 72, Dnipro, Ukraine, 49010; E-mail: ashchepkova_natalja@rambler.ru