

Быков Александр Иванович – кандидат технических наук, Институт проблем материаловедения им. И.М. Францевича НАН Украины, ведущий научный сотрудник отдела физического материаловедения, ул. Академика Кржижановского, 3, г. Киев, Украина., 03680, e-mail: pavelbykov1@gmail.com.

Zhdanyuk Nataliya – National Technical University of Ukraine "Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute", assistant, department of chemical technology of ceramics and glass, pr. Peremogy, 37, Kyiv, Ukraine, 03056, e-mail: zhdanyukn.kpi@gmail.com.

Bykov Alexander – PhD, Institute of Materials Science. IM Frantsevich NAS of Ukraine, a leading researcher of physical material, Krzhizhanovskogo str., 3, Kyiv, Ukraine, 03680, e-mail: pavelbykov1@gmail.com.

УДК 539.3

А. С. БОГАТИРЧУК, В. М. РОМАНЕНКО

ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ НАВКОЛО ОТВОРІВ В ЦИЛІНДРИЧНІЙ ОБОЛОНЦІ ІЗ КОМПОЗИТНОГО МАТЕРІАЛУ

Розглядається розрахунок напружено-деформованого стану циліндричної оболонки з двома круговими отворами з композитного матеріалу, який вважається ортотропним. Для такого класу задач приймаються гіпотеза прямих ліній Тимошенка. Для розв'язку застосовуємо метод скінченних елементів. Результати досліджень можуть бути використані в різноманітних галузях техніки, зокрема в хімічній та харчовій промисловості.

Ключові слова: Оболонка, круговий отвір, композитний матеріал, ортотропний матеріал, метод скінченних елементів, гіпотеза Тимошенка, напружений стан, деформація, ізопараметричний елемент.

Рассматривается расчет напряженно-деформируемого состояния цилиндрической оболочки с двумя круговыми отверстиями из композитного материала, который является ортотропным. Для такого класса задач принимается гипотеза прямых линий Тимошенко.

Для решения применяется метод конечных элементов. Результаты исследований могут быть использованы в различных областях техники, в частности, в химической и пищевой промышленности.

Ключевые слова: Оболочка, круговое отверстие, композитный материал, ортотропный материал, метод конечных элементов, гипотеза Тимошенко, напряженное состояние, деформация, изопараметрический элемент.

We consider the calculation of stress-strain state of the cylindrical shell with two circular holes of composite material, which is orthotropic. For this class of problems the hypothesis of the straight line for the whole shell package and Timoshenko kinematic hypothesis are accepted, according to them initially normal to the coordinate plane the shell element after deformation remains straight but not perpendicular to the surface of the deformed coordinate without changing its length. The finite-element method is applied for solution.

The result of the investigation is the algorithm of the stress-strain state of cylindrical shells with holes, made of orthotropic material. Also this algorithm was created in the C++ language and specific numerical results were obtained with using this algorithm.

As a scientific innovation the problem for calculation of the stress-strain state in the orthotropic shell with holes using the finite-element method was formulated and solved.

The practical significance of the developed method of such problems calculation is that the research results can be used in various fields of technology, particularly in the chemical and food industries.

Keywords: shell, circular hole, composite material, orthotropic material, finite-element method, Timoshenko hypothesis, state of stress, deformation, isoperimetric element.

Вступ. Зараз спостерігається розширення класу конструкційних матеріалів і вдосконалення їх властивостей. Такими, зокрема, є композитні матеріали, які дозволяють часто уникнути тих проблем, які доводиться вирішувати при експлуатації традиційних матеріалів [1]. В свою чергу, інтенсивне впровадження композитних матеріалів потребує розробки розрахункових моделей і методів, що враховують особливості структури і поведінки цих матеріалів. До таких особливостей, як відомо, належать їх анізотропія, шаруватий характер і порівнянно низька міцність і жорсткість в напрямках, що не збігаються з напрямками армування. Ці особливості ускладнюють розрахункові моделі [2].

Як елементи конструкцій в різних областях промисловості часто використовуються оболонки з отворами, виготовлені з композитних матеріалів. Тому вони потребують вдосконалення та розробки нових методів дослідження напружено-деформованого стану в них [3].

Аналіз літературних даних та постановка проблеми. Основні результати розв'язку задач розрахунку напружено-деформованого композитних

оболонки з отворами стану відображені в монографіях [4, 5].

Напружений стан композитних оболонки з одним круговим отвором на основі гіпотези Тимошенка досліджено в роботах [6, 7], а з двома круговими отворами (трансверсально-ізотропний матеріал) [8].

Ціль та задачі дослідження. Метою є дослідження напружено деформованого стану в композитній циліндричній оболонці з отворами, матеріал якої є ортотропним. Зауважимо, що в порівнянні з ізотропними та трансверсально-ізотропними, ортотропія суттєво ускладнює розрахункові схеми. Тому метою даного дослідження є як отримання конкретних практичних результатів так і вивід загальних формул для формування матриці жорсткості.

Постановка задачі. Розглянемо напружений стан циліндричної оболонки із композитного матеріалу, послабленої двома круговими отворами, розміщеними на одній твірній. А криволінійна система координат (α, β) розміщена так, що вісь α збігається з твірною, а вісь β збігається з

© А. С. Богатирчук, В. М. Романенко. 2017

напрямною, що проходить через середину лінії центрів отворів. Оболонка навантажена внутрішнім тиском інтенсивності q_0 .

Виділимо в оболонці околі Ω , що містить отвори. Як відомо [1], зони концентрації напружень навколо отворів мають локальний характер і практично затухають на відстані одного – двох діаметрів цих отворів. Тому припускаємо, що границя Ω околу Ω настільки віддалена від контурів отворів, що зовні неї збурення напружень, спричинених наявністю отворів, практично затухають.

Віднесемо серединну поверхню оболонки до системи криволінійних ортогональних координат (α, β) . В подальшому виходимо з варіаційного рівняння Лагранжа, записаного для околу Ω :

$$\iint_{\Omega} \left\{ \delta V_0 - (p_1 \delta u_1 + p_2 \delta u_2 + p_n \delta w + m_1 \delta \gamma_1 + m_2 \delta \gamma_2) \right\} A_1 A_2 d\alpha d\beta - \int_{\Gamma_1} \left(T_n^0 \delta u_1 + T_{ns}^0 \delta u_s + T_m^0 \delta w + G_n^0 \delta \gamma_1 + G_{ns}^0 \delta \gamma_s \right) d\Gamma = 0,$$

$$\delta V = T_1 \delta \varepsilon_1 + T_2 \delta \varepsilon_2 + S_{12} \delta \delta_{12} + G_1 \delta k_1 + G_2 \delta k_2 + 2H_{12} \delta k_{12} + Q_1 \delta \varepsilon_{13} + Q_2 \delta \varepsilon_{23}, \quad (1)$$

де V_0 – питома енергія деформації; $u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2$ – узагальнені переміщення серединної поверхні оболонки, через які виражається поле переміщень

$$U_1 = u_1(\alpha, \beta) + z\gamma_1(\alpha, \beta),$$

$$U_2 = u_2(\alpha, \beta) + z\gamma_2(\alpha, \beta), \quad (-h/2 \leq z \leq h/2),$$

$$W = w(\alpha, \beta). \quad (2)$$

Геометричні співвідношення між компонентами деформацій і узагальненими переміщеннями мають вигляд

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial u}{\partial \alpha} + \frac{v}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta} + k_{\alpha} w,$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial v}{\partial \beta} + \frac{u}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + k_{\beta} w,$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{u}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{v}{B} \right) - 2k_{\alpha\beta} w,$$

$$\varepsilon_{13} = \gamma_1 + \frac{1}{A} \frac{\partial w}{\partial \alpha} + \delta(-k_{\alpha} u + k_{\alpha\beta} v),$$

$$\varepsilon_{23} = \gamma_2 + \frac{1}{B} \frac{\partial w}{\partial \beta} + \delta(-k_{\beta} v + k_{\alpha\beta} u),$$

$$\chi_1 = \frac{1}{A} \frac{\partial \gamma_1}{\partial \alpha} + \frac{\gamma_2}{AB} \frac{\partial A}{\partial \beta}, \quad \chi_2 = \frac{1}{B} \frac{\partial \gamma_2}{\partial \beta} + \frac{\gamma_1}{AB} \frac{\partial B}{\partial \alpha},$$

$$2\chi_{12} = \frac{A}{B} \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\gamma_1}{A} \right) + \frac{B}{A} \frac{\partial}{\partial \alpha} \left(\frac{\gamma_2}{B} \right). \quad (3)$$

Співвідношення пружності для композитної оболонки будуть:

$$T_1 = B_{11} \varepsilon_1 + B_{12} \varepsilon_2 + B_{13} \varepsilon_{12},$$

$$T_2 = B_{22} \varepsilon_2 + B_{12} \varepsilon_1 + B_{23} \varepsilon_{12},$$

$$S_{12} = B_{13} \varepsilon_1 + B_{23} \varepsilon_2 + B_{33} \varepsilon_{12},$$

$$G_1 = D_{11} \chi_1 + D_{12} \chi_2 + D_{13} 2\chi_{12},$$

$$G_2 = D_{22} \chi_2 + D_{12} \chi_1 + D_{23} 2\chi_{12}$$

$$H_{12} = D_{13} \chi_1 + D_{23} \chi_2 + D_{33} 2\chi_{12},$$

$$Q_1 = K_1 \varepsilon_{13},$$

$$Q_2 = K_2 \varepsilon_{23}. \quad (4)$$

Тут B_{ij}, D_{ij}, K_i – узагальнені жорсткості матеріалу оболонки.

Для ортотропної оболонки вони будуть такими:

$$B_{ij} = c_{ij} h, \quad D_{ij} = \frac{h^3}{12} c_{ij}, \quad K_1 = \mu h G_{13}, \quad K_2 = \mu h G_{23}$$

$$c_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_1 \nu_2}, \quad c_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_1 \nu_2},$$

$$c_{12} = E_1 \nu_2 (1 - \nu_1 \nu_2), \quad c_{13} = c_{23} = 0$$

$$c_{33} = G_{12}, \quad \mu_1 = \mu_2 = \frac{5}{6}$$

Граничні умови на контурах отворів запишуться у вигляді:

$$T_{\rho} = \frac{q_0 R}{2} (1 - \cos 2\theta), \quad S_{\rho\theta} = \frac{q_0 R}{2} \sin 2\theta, \quad (5)$$

$$Q = -\frac{qr}{2}, \quad G_{\rho} = H_{\rho\theta} = 0.$$

Підставивши (3) в (4), а останнє – в (1) з урахуванням (5), отримаємо варіаційне рівняння відносно змінних $u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2$:

$$I(u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2) = 0.$$

Метод розв'язку задачі. Для розв'язку задачі застосуємо метод скінчених елементів [9]. Розбиваємо область на квадратичні ізопараметричні елементи, що мають по вісім вузлів (рис. 1, 2). На кожному з цих елементів вводимо локальну систему координат (ξ, η) таку, що $|\xi| \leq 1, |\eta| \leq 1$.

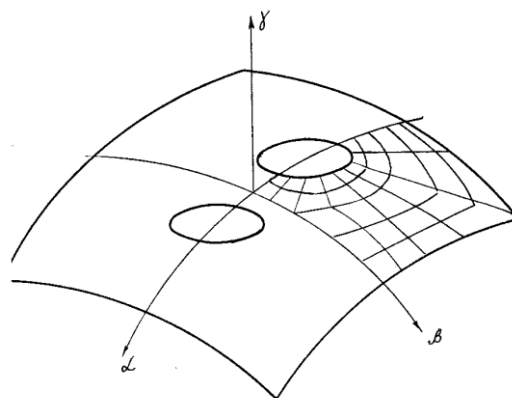


Рис. 1 – Розбиття області Ω на елементи

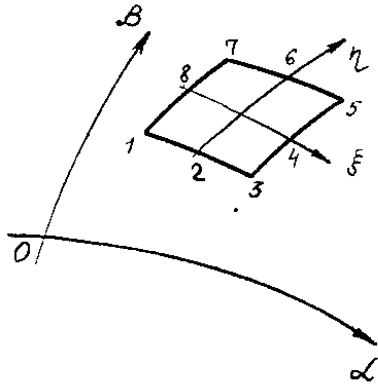


Рис. 2 – Чотирикутний ізопараметричний елемент

При цьому перетворення від локальних координат до глобальних здійснюється за допомогою функцій форми

$$\begin{aligned} \varphi_i &= \frac{1}{4}(1+\xi_0)(1+\eta_0)(\xi+\eta_0-1) \quad (i=1,3,5,7); \\ \varphi_i &= \frac{1}{2}(1-\xi^2)(1+\eta_0) \quad (i=2,6); \\ \varphi_i &= \frac{1}{2}(1+\xi_0)(1-\eta^2) \quad (i=4,8) \end{aligned} \quad (6)$$

співвідношеннями

$$\alpha = \sum_{i=1}^8 \alpha^i \varphi_i, \quad \beta = \sum_{i=1}^8 \beta^i \varphi_i, \quad (7)$$

де $\xi_0 = \xi \xi_i$, $\eta_0 = \eta \eta_i$, (ξ_i, η_i) , (α^i, β^i) – координати i -го вузла відповідно в локальній і глобальній системах координат.

Зв'язок з глобальною системою координат (α, β) здійснюється за допомогою співвідношень

$$\alpha = \sum_{i=1}^8 \alpha^i \varphi_i(\xi, \eta), \quad \beta = \sum_{i=1}^8 \beta^i \varphi_i(\xi, \eta)$$

Якщо нам потрібно розглядати криволінійний відрізок в локальній системі координат, що збігається, наприклад, зі стороною елемента, то в цьому випадку цей відрізок кривої буде задано так

$$\alpha = \sum_{i=1}^3 \alpha^i \varphi_i(\xi), \quad \beta = \sum_{i=1}^3 \beta^i \varphi_i(\xi, \eta) \quad (-1 \leq \xi \leq 1),$$

а елемент дуги буде мати вигляд

$$d\Gamma = \left\{ \left(\sum_{i=1}^3 \alpha^i \varphi_i'(\xi) \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^3 \beta^i \varphi_i'(\xi, \eta) \right)^2 \right\}^{1/2} d\xi$$

Переміщення на кожному з елементів інтерполюються поліномами

$$u_1 = \sum_{i=1}^8 u_1^i \varphi_i, \dots, \gamma_2 = \sum_{i=1}^8 \gamma_2^i \varphi_i. \quad (8)$$

Тут u_1^i, \dots, γ_2^i – шукані переміщення в i -му вузлі.

Для заміни варіаційного рівняння його дискретним аналогом нам будуть необхідні вирази

похідних від перемішень $u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2$ по змінних α, β . Для цього використаємо відомі формули зв'язку похідних в двох різних системах координат $\delta = J\mu$, де

$$\delta = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} & \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \end{pmatrix}^T, \quad \mu = \begin{pmatrix} \frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} & \frac{\partial \varphi}{\partial \beta} \end{pmatrix}^T,$$

$$\Delta = \left(\sum_{i=1}^8 \alpha^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \right) \left(\sum_{i=1}^8 \beta^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \alpha^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \right) \left(\sum_{i=1}^8 \beta^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \right)$$

$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} & \frac{\partial \beta}{\partial \xi} \\ \frac{\partial \alpha}{\partial \eta} & \frac{\partial \beta}{\partial \eta} \end{pmatrix}$ – матриця Якобі, і розв'язуючи їх

відносно J , що в нашому випадку можливо, в силу невиводженості перетворення, маємо

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \alpha} = \left(\frac{\partial \beta}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) / \det J,$$

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \beta} = \left(-\frac{\partial \alpha}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi}{\partial \xi} + \frac{\partial \alpha}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi}{\partial \eta} \right) / \det J$$

Тоді шукані похідні від перемішень з врахуванням відповідних формул матимуть вигляд

$$\frac{\partial u_1}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^8 u_1^i \left\{ \left(\frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \sum_{j=1}^8 \beta^j \frac{\partial \varphi_j}{\partial \eta} - \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \sum_{j=1}^8 \beta^j \frac{\partial \varphi_j}{\partial \xi} \right) / \Delta \right\},$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^8 u_1^i \left\{ \left(-\frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \sum_{j=1}^8 \alpha^j \frac{\partial \varphi_j}{\partial \eta} + \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \sum_{j=1}^8 \alpha^j \frac{\partial \varphi_j}{\partial \xi} \right) / \Delta \right\},$$

$$\Delta = \left(\sum_{i=1}^8 \alpha^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \right) \left(\sum_{i=1}^8 \beta^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \right) - \left(\sum_{i=1}^8 \alpha^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \right) \left(\sum_{i=1}^8 \beta^i \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \right)$$

Похідні від інших узагальнених перемішень $u_2, w, \gamma_1, \gamma_2$ мають такі ж вирази заміною символа u_1 відповідно на u_2 і т. д.

Далі співвідношення підставляємо в варіаційне рівняння, в яке попередньо підставлені граничні умови, а змінні $u_1, u_2, w, \gamma_1, \gamma_2$ виражені через $u_1^i, u_2^i, w^i, \gamma_1^i, \gamma_2^i$. Далі прирівнюємо коефіцієнти при однакових варіаціях $\delta u_1, \delta u_2, \delta w, \delta \gamma_1, \delta \gamma_2$, враховуємо їх незалежність, і отримуємо вирази для подальшого обчислення коефіцієнтів матриці системи алгебраїчних рівнянь, які мають вигляд

$$\begin{aligned} A_{11}^{(i,k)} &= \left\{ \frac{1}{(AB)^2} \left[B_{22} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)^2 - 2B_{23} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + B_{33} \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \right)^2 \right] + K_1 k_\alpha^2 + K_2 k_{\alpha\beta}^2 \right\} \varphi_i \varphi_k + \\ &+ \frac{1}{A^2 B} \left(B_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k + \frac{1}{AB^2} \left(B_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{33} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k + \\ &+ \frac{1}{A^2 B} \left(B_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{B_{11} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + B_{13} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}}{AB \frac{\partial \eta}{\partial \eta}} + \\ &+ \frac{1}{AB^2} \left(B_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{33} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \frac{B_{13} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + B_{33} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}}{B^2 \frac{\partial \eta}{\partial \eta}}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{12}^{(i,k)} &= A_{21}^{(k,i)} = \\
&= \left\{ \frac{1}{(AB)^2} \left[(B_{12} + B_{33}) \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{13} \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \right)^2 - B_{23} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)^2 \right] + \right. \\
&+ (-K_1 k_{\alpha\beta} k_{\alpha} + K k_{\alpha\beta}) \left. \right\} \varphi_i \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(B_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{33} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(B_{22} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - B_{23} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{A^2 B} \left(B_{11} \frac{\partial A}{\partial \beta} - B_{13} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{B_{13}}{A^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{B_{12}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(B_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} - B_{33} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \\
&+ \frac{B_{33}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \frac{B_{23}}{B^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}, \\
A_{13}^{(i,k)} &= A_{31}^{(k,i)} = \frac{1}{AB} \left(B_{12} k_{\alpha} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + B_{22} k_{\beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - \right. \\
&\left. - B_{13} k_{\alpha} \frac{\partial A}{\partial \beta} - 2B_{23} k_{\alpha\beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - \right. \\
&\left. - B_{23} k_{\beta} \frac{\partial A}{\partial \beta} + 2B_{33} k_{\alpha\beta} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \varphi_i \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{A} (B_{11} k_{\alpha} + B_{12} k_{\beta} - 2B_{13} k_{\alpha\beta}) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{1}{B} (B_{13} k_{\alpha} + B_{23} k_{\beta} - 2B_{33} k_{\alpha\beta}) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \\
&+ \left(-\frac{K_1}{A} k_{\alpha} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k + \frac{K_2}{B} k_{\alpha\beta} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k \right), \\
A_{14}^{(i,k)} &= A_{41}^{(k,i)} = -K_1 k_{\alpha} \varphi_i \varphi_k, \\
A_{15}^{(i,k)} &= A_{51}^{(k,i)} = K_2 k_{\alpha\beta} \varphi_i \varphi_k, \\
A_{22} &= \left\{ \frac{1}{(AB)^2} \left[B_{11} \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \right)^2 - 2B_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + B_{33} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)^2 \right] + \right. \\
&+ (K_1 k_{\alpha\beta}^2 + K_2 k_{\beta}^2) \left. \right\} \varphi_i \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(B_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} - B_{33} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(B_{12} \frac{\partial A}{\partial \beta} - B_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{A^2 B} \left(B_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} - B_{33} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{B_{33}}{A^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{B_{23}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(B_{12} \frac{\partial A}{\partial \beta} - B_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \\
&+ \frac{B_{23}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \frac{B_{22}}{B^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}, \\
A_{23}^{(i,k)} &= A_{32}^{(k,i)} = \frac{1}{AB} \left[B_{11} k_{\alpha} \frac{\partial A}{\partial \beta} + B_{12} k_{\beta} \frac{\partial A}{\partial \beta} - \right. \\
&\left. - B_{13} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} k_{\alpha} + 2k_{\alpha\beta} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) - B_{23} k_{\beta} \frac{\partial \beta}{\partial \alpha} + 2B_{33} k_{\alpha\beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right] \varphi_i \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{A} (B_{13} k_{\alpha} + B_{23} k_{\beta} - 2B_{33} k_{\alpha\beta}) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{1}{B} (B_{12} k_{\alpha} + B_{22} k_{\beta} - 2B_{23} k_{\alpha\beta}) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \\
&+ \left(\frac{K_1}{A} k_{\alpha\beta} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k - \frac{K_2}{B} k_{\beta} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k \right), \\
A_{24}^{(i,k)} &= A_{42}^{(k,i)} = K_1 k_{\alpha\beta} \varphi_i \varphi_k, \\
A_{25}^{(i,k)} &= A_{52}^{(k,i)} = -K_2 k_{\beta} \varphi_i \varphi_k, \\
A_{33}^{(i,k)} &= (B_{11} k_{\alpha}^2 + 2B_{12} k_{\alpha} k_{\beta} + B_{22} k_{\beta}^2 - 4B_{13} k_{\alpha\beta} k_{\alpha} - 4B_{23} k_{\alpha\beta} k_{\beta} + \\
&+ 4B_{33} k_{\alpha\beta}^2) \varphi_i \varphi_k + \frac{K_1}{A^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{K_2}{B^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}, \\
A_{34}^{(i,k)} &= A_{43}^{(k,i)} = \frac{K_1}{A} \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi}, \\
A_{35}^{(i,k)} &= A_{53}^{(k,i)} = \frac{K_2}{B} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k, \\
A_{44}^{(i,k)} &= \left\{ K_1 + \frac{1}{(AB)^2} \left[D_{22} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)^2 - 2D_{23} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + D_{33} \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \right)^2 \right] \right\} \varphi_i \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{A^2 B} \left(D_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(D_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D_{33} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(D_{12} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{D_{11}}{A^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{D_{13}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(D_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D_{33} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \frac{D_{13}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \\
&+ \frac{D_{33}}{B^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}, \\
A_{45}^{(i,k)} &= A_{54}^{(k,i)} = \frac{1}{(AB)^2} \left[(D_{12} + D_{33}) \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \right)^2 - \right. \\
&\left. - D_{23} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)^2 \right] \varphi_i \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(D_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D_{33} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k + \\
&+ \frac{1}{AB^2} \left(D_{22} \frac{\partial B}{\partial \alpha} - D_{23} \frac{\partial A}{\partial \beta} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(D_{11} \frac{\partial A}{\partial \beta} - D_{13} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \\
&+ \frac{D_{13}}{A^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{D_{12}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{1}{AB^2} \left(D_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} - D_{33} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \\
&+ \frac{D_{33}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \frac{D_{23}}{B^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta},
\end{aligned}$$

$$A_{55}^{(i,k)} = \left\{ K_2 + \frac{1}{(AB)^2} \left[D_{11} \left(\frac{\partial A}{\partial \beta} \right)^2 - 2D_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} \frac{\partial B}{\partial \alpha} + D_{33} \left(\frac{\partial B}{\partial \alpha} \right)^2 \right] \right\} \varphi_i \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(D_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} - D_{33} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \varphi_k + \frac{1}{AB^2} \left(D_{12} \frac{\partial A}{\partial \beta} - D_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \varphi_k + \frac{1}{A^2 B} \left(D_{13} \frac{\partial A}{\partial \beta} - D_{33} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{D_{33}}{A^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{D_{23}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{1}{AB^2} \left(D_{12} \frac{\partial A}{\partial \beta} - D_{23} \frac{\partial B}{\partial \alpha} \right) \varphi_i \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta} + \frac{D_{23}}{AB} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \xi} + \frac{D_{22}}{B^2} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \eta} \frac{\partial \varphi_k}{\partial \eta}$$

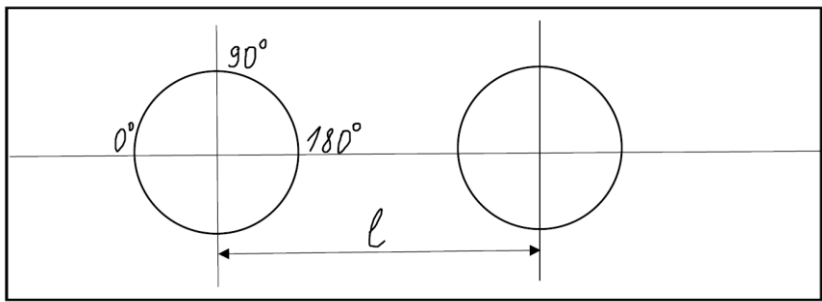
Для обчислення вкладів в величину коефіцієнтів цієї системи рівнянь, що відповідають фіксованому вузлу по елементу E, що містить цей вузол необхідно проінтегрувати наведені вирази по цьому елементу. Для цього використаємо квадратурні формули Гауса, що мають по два вузли по кожній змінній

$$\int_{-1}^1 \int_{-1}^1 G(\xi, \eta) d\xi d\eta \approx \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 W_i W_j G(\xi_i, \eta_j) \quad (9)$$

Тобто, ми таким чином інтегруємо по кожному елементу E, потім складаємо вклади при однакових варіаціях в вузлі, що вносять всі елементи, які містять цей вузол. Таким чином ми отримуємо алгоритм формування матриці, яка має вигляд

$$\sum_{n=1}^N (A_i^{1,n} u_1^n + A_i^{2,n} u_2^n + A_i^{3,n} w^n + A_i^{4,n} \gamma_1^n + A_i^{5,n} \gamma_2^n) = B_i \quad (10)$$

Таблиця 1 – Коефіцієнти концентрації кільцевих зусиль і моментів



		$G_{12}/E_1 = 0,11, \quad E_1/G_{13} = 50$						
		θ						
		0	30	60	90	120	150	180
1	2	3	4	5	6	7	8	
$E_2/E_1 = 0,1$		3,09	3,36	2,84	-0,39	2,11	3,92	5,12
		-0,56	-0,25	1,44	4,80	1,41	0,04	-1,41
$E_2/E_3 = 3,3$		11,61	3,52	1,11	0,55	1,05	1,51	11,23
		-2,44	0,20	0,52	3,71	0,12	-0,11	-4,50

$$(i = 1, 2, 3, \dots, 5N)$$

де N – число вузлів сітки, u_1^n, \dots, γ_2^n - шукані переміщення в n-му вузлі області оболонки. Величини $A_i^{k,n}$ визначають матрицю жорсткості. Матриця симетрична і має стрічкову структуру. Ширина стрічки залежить від способу нумерації вузлів. Розбивка області Ω на елементи, інтегрування, формування матриці системи рівнянь (5) і її розв'язок виконуються на комп'ютері за допомогою програми, складеної на мові C++ [10].

Результати обчислень. Коефіцієнти концентрації кільцевих зусиль і моментів. Як приклад, проведено обчислення для оболонки з такими фізико-геометричними параметрами:

$$r_0/h = 10, \quad r_0/R = 0,16, \quad E_1/E_2 = 0,72,$$

$$G_{12}/E_1 = 0,11, \quad E_1/G_{13} = E_1/G_{23} = 50$$

Припускалось, що оболонка знаходилась під внутрішнім тиском інтенсивності p_0 , а отвори закриті кришками, які передають на контур лише дію поперечної сили. Внаслідок симетрії відносно осей координат розрахунки проводились для чверті оболонки. Визначався напружено-деформований стан оболонки при фіксованій відстані між отворами l ($l/r_0 = 2,5$), в залежності від параметрів ортотропії обчислювались коефіцієнти концентрації кільцевих зусиль $T_\theta/p_0 R$ (в чисельнику) і максимальних по товщині оболонки кільцевих моментів $6G_\theta/p_0 R h$ (в знаменнику) по контуру отвору в інтервалі від 0° до 180° з кроком 30° . Результати розрахунків наведені в табл. 1.

Продовження таблиці 1

1	2	3	4	5	6	7	8
	$E_1/E_2 = 0,72, \quad G_{12}/E_1 = 0,11$						
	θ						
	0	30	60	90	120	150	180
$G_{13}/E_1 = G_{23}/E_1 = 100$	$\frac{6,61}{-0,89}$	$\frac{2,51}{0,05}$	$\frac{0,66}{0,12}$	$\frac{0,72}{1,23}$	$\frac{1,31}{1,22}$	$\frac{2,51}{1,42}$	$\frac{10,45}{4,65}$
$G_{13}/E_1 = G_{23}/E_1 = 0,01$	$\frac{7,97}{-1,84}$	$\frac{3,52}{0,05}$	$\frac{1,33}{0,81}$	$\frac{0,45}{4,12}$	$\frac{1,22}{0,11}$	$\frac{2,51}{-0,01}$	$\frac{8,60}{-3,90}$
	$E_1/E_2 = 0,72, \quad G_{12}/E_1 = 0,11$						
	θ						
	0	30	60	90	120	150	180
$G_{13}/E_1 = 0,02,$ $G_{23}/G_{13} = 100$	$\frac{7,78}{-2,18}$	$\frac{3,81}{0,22}$	$\frac{11,23}{0,85}$	$\frac{0,48}{3,97}$	$\frac{1,12}{0,31}$	$\frac{2,35}{-0,05}$	$\frac{8,45}{-3,80}$
$G_{23}/E_1 = 0,02,$ $G_{23}/G_{13} = 0,01$	$\frac{7,52}{-1,81}$	$\frac{3,08}{0,11}$	$\frac{1,14}{0,91}$	$\frac{0,56}{3,61}$	$\frac{0,98}{0,16}$	$\frac{2,21}{-0,35}$	$\frac{8,25}{-3,37}$

Висновки. В результаті проведених досліджень розроблено алгоритм знаходження напружено-деформованого стану в циліндричних оболонках з отворами, виготовлених з ортотропного матеріалу, виведені вирази коефіцієнтів для формування матриці системи лінійних алгебраїчних рівнянь, до яких звелась задача, а також складена програма на алгоритмічній мові C++, отримані конкретні числові результати.

Розроблена методика дозволяє обчислювати напружено-деформований стан в довільній точці композитної циліндричної оболонки з двома отворами. Отже, ця методика дозволяє обчислювати напружено-деформований стан в апаратах відповідної форми хімічної, зокрема, харчової промисловості.

Список літератури:

1. Ниркова, Л. І. Аналіз впливу комбінації стрес-корозійних чинників на корозійне розтріскування від напруження трубної сталі [Текст] / Л. І. Ниркова // Вісник НТУ «ХП». – 2017. – № 16. – С. 12–16.
2. Васильев, В. В. Механика конструкций из композиционных материалов [Текст] / В. В. Васильев. – М.: Машиностроение, 1988. – 272 с.
3. Гузь, А. Н. Методы расчета оболочек. Т. 1 [Текст] / А. Н. Гузь, И. С. Чернышенко, В. Н. Чехов, В. Н. Чехов, К. И. Шнеренко // Теория тонких оболочек, ослабленных отверстиями. – Киев: Наук. думка, 1980. – 636 с.
4. Гузь, А. Н. Механика элементов конструкций [Текст] / А. Н. Гузь, Я. М. Григоренко, И. Ю. Бабич и др. – Киев: Наук. думка, 1982. – 464 с.
5. Пелех, Б. Л. Слоистые анизотропные пластины и оболочки с концентраторами напряжений [Текст] / Б. Л. Пелех, В. А. Лазько. – Киев: Наук. думка, 1982. – 296 с.
6. Богатырчук, А. С. Применение метода конечных элементов к расчету трансверсально-изотропной цилиндрической оболочки с отверстием [Текст] / А. С. Богатырчук, К. И. Шнеренко // Прикл. механика. – 1987. – Т. 23, № 9. – С. 125–128.
7. Шнеренко, К. И. Визначення концентрації напружень навколо отвору в циліндричній панелі із композитного матеріалу

8. [Текст] / К. И. Шнеренко, В. Ф. Годзула, А. С. Богатырчук // Системні технології. – 2006. – Вип. 5 (46). – С. 121–123.
8. Богатырчук, А. С. Исследование концентрации напряжений около двух отверстий в композитных оболочках методом конечных элементов [Текст] / А. С. Богатырчук, А. Н. Гузь, К. И. Шнеренко // Прикл. механика. – 1990. – Т. 26, № 7. – С. 34–38.
9. Зенкевич, О. Конечные элементы и аппроксимация [Текст] / О. Зенкевич, К. Морган. – М.: Мир, 1986. – 318 с.
10. Глинський, Я. М. C++ і C++ Builder [Текст] / Я. М. Глинський, В. Є. Анохін, В. А. Рязьська. – Львів, 2003. – 192 с.

Bibliography (transliterated):

1. Nyrkova, L. I. (2017). Analiz vplyvu kombinatsiyi stres-korozijnnykh chynnykiv na korozijne roztriskuvannya vid napruzheniya trubnoyi stali. Visnyk NTU "KhPP", 16, 12–16.
2. Vasil'ev, V. V. (1988). Mekhanika konstrukcij iz kompozicionnykh materialov. Moscow: Mashinostroenie, 272.
3. Guz', A. N., Chernyshenko, I. S., Chekhov, V. N., Chekhov, V. N., Shnerenko, K. I. (1980). Metody rascheta obolochek. Vol. 1. Teoriya tonkih obolochek, oslablennykh otverstiyami. Kyiv: Nauk. dumka, 636.
4. Guz', A. N., Grigorenko, Ya. M., Babich, I. Yu. et. al. (1982). Mekhanika ehlementov konstrukcij. Kyiv: Nauk. dumka, 464.
5. Pelekh, B. L., Laz'ko, V. A. (1982). Sloistye anizotropnye plastyny i obolochki s koncentratorami napryazheniy. Kyiv: Nauk. dumka, 296.
6. Bogatyrchuk, A. S., Shnerenko, K. I. (1987). Primenenie metoda konechnykh ehlementov k raschetu transversal'no-izotropnoy cilindricheskoy obolochki s otverstiem. Prikl.mekhanika, 23 (9), 125–128.
7. Shnerenko, K. I., Hodzula, V. F., Bohatyrchuk, A. S. (2006). Vyznachennya kotsentratsiyi napruzhen' navkolo otvoru v tsylindrychniy paneli iz kompozytnoho materialu. Systemni tekhnolohiyi, 5 (46), 121–123.
8. Bogatyrchuk, A. S., Guz', A. N., Shnerenko, K. I. (1990). Issledovanie koncentracii napryazheniy okolo dvuh otverstiy v kompozitnykh obolochkah metodom konechnykh ehlementov. Prikl.mekhanika, 26 (7), 34–38.
9. Zenkevich, O., Morgan, K. (1986). Konechnye ehlementy i approksimaciya. Moscow: Mir, 318.
10. Hlyn's'kyy, Ya. M., Anokhin, V. Ye., Ryazhs'ka, V. A. (2003). C++ i C++ Builder. Lviv, 192.

Надійшла (received) 18.05.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Визначення напруженого стану навколо отворів в циліндричній оболонці із композитного матеріалу/ Богатырчук А. С., Романенко В. М. // Вісник НТУ «ХП». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХП», 2017. – № 19(1241). – С.16–22. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2079-5459.

Определение напряженного состояния вокруг отверстий в цилиндрической оболочке с композитного материала / Богатырчук А. С., Романенко В. Н. // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – No 19(1241). – С16.–22. – Бібліогр.: 12 назв. – ISSN 2079-5459.

Determination of the stress state around holes in a cylindrical shell made of a composite material / Bogatyrychuk A., Romanenko V. // Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2017. – № 19 (1241).– P.16–22. – Bibliogr.:12. – ISSN 2079-5459

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Богатырчук Анатолий Степанович – кандидат фізико-математичних наук, Національний університет харчових технологій, доцент кафедри вищої математики імені проф. Можара В. І.; вул. Володимирська 68, м. Київ, Україна, 01601.

Романенко Вікторія Миколаївна – кандидат фізико-математичних наук, Національний університет харчових технологій, доцент кафедри вищої математики імені проф. Можара В. І.; вул. Володимирська 68, м. Київ, Україна, 01601.

Богатырчук Анатолий Степанович – кандидат физико-математических наук, Национальный университет пищевых технологий, доцент кафедры высшей математики имени проф. Можара В. И.; ул. Владимирская 68, г. Киев, Украина, 01601.

Романенко Викторія Николаевна – кандидат физико-математических наук, Национальный университет пищевых технологий, доцент кафедры высшей математики имени проф. Можара В. И.; ул. Владимирская 68, г. Киев, Украина, 01601.

Bogatyrychuk Anatolij – PhD of Physical and Mathematical Sciences, National University of Food Technologies, Associate professor V. I. Mozhar Higher Mathematics Department; str. Volodimirska 68, Kyiv, Ukraine, 01601.

Romanenko Victoriia– PhD of Physical and Mathematical Sciences, National University of Food Technologies, Associate professor V. I. Mozhar Higher Mathematics Department; str. Volodimirska 68, Kyiv, Ukraine, 01601.

УДК 621.723

О. Ю. РУДИК

ІОННЕ-АЗОТУВАННЯ: РЕГУЛЮВАННЯ ФІЗИКО-МЕХАНІЧНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ

Розглядається будова й фазовий склад іонно-азотованих шарів, встановлені залежності зміни параметрів кристалічних ґраток і концентрації азоту залежно від параметрів процесу. Розраховано зміцнення азотованих шарів на вуглецевих і легуваних сталях для когерентних і некогерентних виділень нітридів. Одержані залежності значень зміцнення зони внутрішнього азотування від об'ємної долі частинок нітридів легуючих елементів, їх діаметра і відстані між частинками, що дозволяє одержувати дифузійні шари з максимальними міцнісними властивостями.

Ключові слова: іонне азотування, кристалічні ґратки, концентрація азоту, виділення нітридів, внутрішнє азотування.

Рассматривается строение и фазовый состав ионно-азотированных слоев, установлены зависимости изменения параметров кристаллических решеток и концентрации азота в зависимости от параметров процесса. Рассчитано упрочнение азотированных слоев на углеродных и легированных сталях для когерентных и некогерентных выделений нитридов. Получены зависимости значений упрочнения зоны внутреннего азотирования от объемной доли частиц нитридов легирующих элементов, их диаметра и расстояния между частицами, что позволяет получать диффузионные слои с максимальными прочностными свойствами.

Ключевые слова: ионное азотирование, кристаллические решетки, концентрация азота, выделение нитридов, внутреннее азотирование.

The regulation of physical and chemical properties of nitrogen-rich in the ion-plasma atmosphere of metal surfaces by changing the saturation parameters: temperature, pressure, composition of the saturated mixture and the duration of the strengthening process are considered. The result of the study is the determination of dependencies of changes in the parameters of crystalline lattices and nitrogen concentration, depending on the parameters of nitration. As a scientific novelty, the strengthening of nitrated layers on carbon and alloy steels for coherent and incoherent nitrides is calculated, and the dependences of the values of the strengthening of the internal nitriding zone on the volumetric fraction of nitride particles of the alloying elements, their diameter and the distance between the particles are obtained. The practical significance of the developed procedures and methods can be used for obtaining diffusion layers with maximum strength properties due to doping and control of morphology and the geometry of the allocation of nitride phases.

Keywords: ion nitriding, crystalline lattices, nitrogen concentration, nitride release, internal nitriding.

Вступ. У багатьох випадках вдається регулювати фізико-хімічні властивості азотованих в іонно-плазмовій атмосфері поверхонь металів шляхом зміни параметрів насичення: температури (T , К), тиску (P , Па), складу насичуючої суміші (C , % об. N_2) й тривалості насичення [1-3].

Аналіз літературних даних та постановка проблеми. У роботі [1] визначені режими іонного

азотування (азотування в тліючому розряді), які забезпечують максимальні характеристики міцності, пластичності, опору втоми, коефіцієнта тертя та інтенсивності зношування при терті кочення. Але знайдені режими азотування та відповідні їм експлуатаційні характеристики поверхонь не розглядаються у взаємозв'язку із структурним і фазовим станом її поверхні й не

© О. Ю. Рудик.2017