

**Изменение перерабатывающей способности сортировочных устройств от надежности характеристик верхнего строения пути/ Л. В. Трикоз, И. В. Багианц // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 16(1238). – С.68–74. – Бібліогр.: 18 назв. – ISSN 2079-5459.**

**Change the capacity classification yard equipment through reliability features of permanent way/ L. V. Trykoz, I. V. Bagiyanc // Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2017. – № 16 (1238). – P. 68–74. – Bibliogr.: 18. – ISSN 2079-5459**

*Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors*

**Трикоз Людмила Вікторівна** – доктор технічних наук, професор кафедри «Будівельні матеріали, конструкції та споруди», Український державний університет залізничного транспорту, пл. Фейербаха, 7, м. Харків, Україна, 61050.

**Багианц Ірина Вікторівна** – інженер, Український державний університет залізничного транспорту, пл. Фейербаха, 7, м. Харків, Україна, 61050.

**Трикоз Людмила Викторовна** – доктор технических наук, профессор кафедры «Строительные материалы, конструкции и устройства», Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, пл. Фейербаха, 7, г. Харьков, Украина, 61050.

**Багианц Ирина Викторовна** – инженер, Украинский государственный университет железнодорожного транспорта, пл. Фейербаха, 7, г. Харьков, Украина, 61050.

**Trykoz Liudmyla** – Doctor of Technical Sciences, professor Department of Building Materials, Constructions and Structures, Ukrainian State University of Railway Transport; sq. Feyerbach, 7, Kharkiv, Ukraine, 61050.

**Bagiyanc Irina** – engineer, Ukrainian State University of Railway Transport, sq. Feyerbach, 7, Kharkiv, Ukraine, 61050.

УДК 621.7.047.7

**С. Л. НЕГРУБ, Є. Г. ВОЛОДЬКО**

## ОГЛЯД ДОСЯГНЕНЬ В ОБЛАСТІ ЕЛЕКТРОЛІТНО-ПЛАЗМОВОГО ПОЛІРУВАННЯ ВИРОБІВ З ТИТАНОВИХ СПЛАВІВ

У даному огляді систематизовані відомості про сучасний метод фінішної обробки поверхні виробів із титанових сплавів – електролітно-плазмове полірування (ЕПП). Розглянуті дослідження технології, механізм формування поверхневого шару при обробці, система електроліт-плазма-метал та її особливості, основні уявлення про процес ЕПП та його механізми, проведений порівняльний аналіз наукових досягнень електролітно-плазмове полірування поверхні сталевих та титанових виробів (електроліти, режими, шорсткість поверхні), проаналізована практика електролітно-плазмове полірування.

**Ключові слова:** електроліт, плазма, розряд, полірування, технологічний процес, шорсткість поверхні, вольтамперна характеристика, парогозова оболонка.

В данном обзоре систематизированы сведения о современном методе финишной обработки поверхности изделий из титановых сплавов – электролитно-плазменном полировании (ЭПП). Рассмотрен ход исследований по данному вопросу, основные представления о процессе ЭПП и его механизме, механизм формирования поверхностного слоя при обработке, система электролит-плазма-металл и его особенности, проведен сравнительный анализ научных достижений электролитно-плазменного полирования поверхности стальных и титановых изделий (электролиты, режимы, шероховатость поверхности), проанализирована практика электролитно-плазменного полирования.

**Ключевые слова:** электролит, плазма, разряд, полирование, технологический процесс, шероховатость поверхности, вольтамперная характеристика, парогозовая оболочка.

In this review, systematic information on the current method of surface finishing products from titanium alloys – electrolytic-plasma polishing (EPP). Reviewed the research on the subject, basic representation of the process EPP and its mechanism, mechanism of surface layer formation during processing, electrolyte-plasma-metal system and its features, carried out comparative analysis of scientific achievements EPP surface of steel and titanium products (electrolytes, regimes, surface roughness), was analyzed practice of electrolytic-plasma polishing. It is shown that, due to lack of experimentally justified scattering ability of the electrolyte at EPP, caring out complex experimental studies of the effect of EPP on such operational characteristics of the surface as corrosion resistance, resistance to intergranular corrosion, coefficient of friction, adhesion strength of galvanic and vacuum-plasma coatings will significantly expand the scope of the application of EPP technologies, nomenclature of processed alloys and increase the reliability of parts and assemblies for various purposes.

**Keywords:** electrolyte, plasma, discharge, polishing process, the surface roughness, the current-voltage characteristics, vapor-gas shell.

**Вступ.** В умовах сучасного рівня розвитку машинобудування однією з основних проблем, що вирішуються на етапі виготовлення деталей різного призначення, є забезпечення стабільно високої якості оброблених поверхонь. Якість, надійність і довговічність виробів істотно залежать від ступеня досконалості застосовуваних при їх виробництві технологій фінішної обробки, що формують якість поверхні. З вітчизняного та закордонного досвіду відомо, що

трудомісткість фінішних операцій в об'ємі загальної трудомісткості виготовлення деталей може перевищувати 20 %. Складність і різноманіття форм оброблених поверхонь ускладнюють створення універсальних способів фінішної обробки. У вітчизняній і світовій практиці при виконанні обробно-зачистної обробки застосовується широкий арсенал методів механічної і фізико-технічної обробки: методи обробки лезовими інструментами, пов'язаними й вільними

© С. Л. Негруб, Є. Г. Володько. 2017

абразивами, методи поверхневого пластичного деформування, електрохімічні методи, в тому числі хімічне (ХП) і електрохімічне (ЕХП) полірування, а також комбіновані методи, зокрема, методи, засновані на поєднанні механічного впливу абразивного матеріалу з хімічним або електрохімічним впливом робочого розчину. Однак відомі методи фінішної обробки, що дозволяють забезпечити шорсткість поверхні в широкому діапазоні значень (від Ra 1,60 мкм до Ra 0,012 мкм), мають ряд таких суттєвих недоліків, як багатостадійність і велика трудомісткість обробки при підвищених вимогах до якості поверхні, ускладненість обробки виробів складної конфігурації при високих вимогах до точності, формування в процесі обробки дефектного поверхневого шару, негативного впливу на фізико-механічні властивості поверхні та інші.

Одним з перспективних методів фінішної обробки поверхні металевих виробів є електролітно-плазмове полірування (ЕПП), яке відрізняється від інших електрохімічних методів обробки стабільністю процесу, високою якістю, продуктивністю і низькою собівартістю обробки, можливістю повної автоматизації процесу і екологічною безпекою. В даний час ЕПП застосовується для фінішної обробки переважно зовнішніх поверхонь виробів різноманітного призначення, забезпечуючи зниження шорсткості рівня Ra 0,32–0,06 мкм, для видалення задирок і округлення гострих кромки, підготовки поверхні виробів під нанесення гальванічних і вакуумно-плазмових покриттів, видалення оксидних плівок, окалини невеликої товщини і дефектних вакуумно-плазмових покриттів, а також для очищення поверхні деталей від мінеральних і органічних забруднень.

Останнім часом питанням, пов'язаним із дослідженням і впровадженням у виробництво методу ЕПП, приділяється велика увага в Білорусі, Болгарії, Німеччині, Китаї, Нідерландах, Росії, Словаччині, США, Україні та інших країнах. Разом з тим, незважаючи на значний обсяг досліджень фізико-хімічних і технологічних аспектів процесу ЕПП, проведених вченими різних шкіл, і великої кількості наукових публікацій і патентів, широке впровадження методу в промислових масштабах для фінішної обробки виробів з титану й титанових сплавів стримується. Це відбувається через відсутність високоефективних технологій і технологічного обладнання, яке б вироблялось серійно. Крім цього ця ситуація пов'язана з недостатньою вивченістю фізико-хімічних процесів, що протікають на оброблюваній поверхні і в парогазовій оболонці (ПГО), механізмів та основних закономірностей електропровідності ПГО, знімання металу, згладжування шорсткості поверхні, формування топографії, впливу технологічних режимів ЕПП на точність, продуктивності обробки, якість, механічні властивості і експлуатаційні характеристики поверхні деталей [1].

Аналізу останніх досягнень у технології ЕПП, зокрема поліруванню поверхні виробів, виготовлених із титану та титанових сплавів присвячена дана робота.

**Стан досліджень в області електролітно-плазмової обробки.** В роботі [2] проведене дослідження електролітно-плазмового полірування з

вивченням впливу різних температур і концентрацій електроліту при електролітно-плазмовій обробці на склад, структуру і властивості нержавіючої сталі. В роботі [3] наводиться фізико-хімічна модель утворення й розвитку парової плівки в процесі електролітно-плазмового полірування, пояснюється механізм і суть процесу згладжування мікро-шорсткості металевої поверхні. Схематично розглянуті етапи, що перебігають під час обробки – від виникнення парової бульбашки до її схлопування і видалення мікро-виступів з поверхні деталі. В роботі [4] представлені підходи до управління технологічними процесами електролітно-плазмової обробки на основі пасивної ідентифікації властивостей поверхневого шару. Розглянуто методику статистичного спектрального аналізу струму електролізера, що дозволяє виявляти приховані закономірності зміни інформативних параметрів, корельовані з динамікою стану поверхні.

В області вивчення процесів електролітно-плазмового полірування досягнуті значні результати за технологією отримання поверхні високої якості: підібрані екологічно допустимі та ефективні електроліти та встановлені їх концентрації [5, 6], виявлені діапазони робочих напруг на електродах і температури електролітів [7, 8], запатентовані і випускаються установки різної потужності для проведення ЕПП [9–11]. Незважаючи на велику кількість переваг процесу ЕПП в порівнянні з традиційно застосовуваними в промисловості способами полірування, для широкого впровадження у виробництво необхідно підвищувати надійність систем ЕПП, наприклад, за рахунок зниження відсотку браку, покращувати економічні показники, наприклад, за рахунок зменшення енергоємності процесу.

Дослідження вказують на складність і не лінійність процесу ЕПП. У табл. 1 вказані провідні наукові центри, що мають великий досвід досліджень в області вивчення, діагностики та управління процесами ЕПП і спорідненими процесами.

Серед переваг ЕПП – відсутність сторонніх включень на поверхні металу, мінімальна шорсткість і електрохімічна однорідність поверхневого шару. Це забезпечує високу корозійну стійкість і декоративний блиск металовиробів. Процес електролітно-плазмового полірування застосовується для обробки: нержавіючих сталей типу 20Х13 [12]; низьковуглецевих сталей, наприклад, сталі 30ХГСА, використовуваної для виготовлення лопаток ГТД [13]; жароміцних сплавів, таких як ЕП-718 [14]; титанових сплавів ВТ6, ВТ14, ВТ3-1, ВТ22 [15].

Перспективні розробки способів електролітно-плазмового полірування для авіаційних конструкційних матеріалів, таких як нікелеві та титанові сплави представлені в роботах [14–17].

За допомогою ЕПП можна отримати дзеркальну поверхню з шорсткістю Ra аж до 0,04 мкм, проте не вище, ніж на 2-3 класи в порівнянні з шорсткістю до полірування [18]. Для сплавів ВТ3, ВТ3-1, ВТ6 - ЕПП дозволяє досягти шорсткість поверхні на рівні Ra 0,04–0,06 мкм [15].

Аналіз патентної бази показав велику кількість патентів по створенню та модифікації установок ЕПП,

а також електролітів для титану та титанових сплавів. патентів для обробки титану та титанових сплавів, Електроліти та режими, рекомендовані авторами наведені у табл. 2.

Таблиця 1 – Провідні наукові центри та напрямки проведених ними досліджень в області вивчення, діагностики та управління процесами електролітно-плазмової обробки (ЕПО) і спорідненими процесами механічної та фізико-технічної обробки

Науковий центр, місто	П.І.Б. дослідників	Напрями досліджень і досягнуті результати	Публікації
<b>Вивчення фізико-хімічних і технологічних особливостей процесів ЕПП</b>			
НАН Білорусі, Мінськ	Куликов І. С., Ващенко С. В. та ін.	Розроблено теоретичні основи процесів ЕПП, випускаються промислові установки	[5]
БНТУ, Мінськ	Синькевич Ю. В., Янковський І. М. та ін.	Досліджено фазовий склад і мікроструктура поверхні після ЕПП в різних електролітах, запропонована фізико-хімічна модель ЕПП, впроваджені у виробництво обладнання та технологія ЕПП	[19, 20]
ТГУ, Тольятті	Чиркунова Н. В., Воленко А. П., Бойченко О. В. та ін.	Досліджено нано- та мікророзмірні утворення на поверхні металів при ЕПП. Розроблено режими згладжування поверхні нержавіючих сталей	[18, 21]
БНТУ, Сморгонь	Кособуцький А. А. та ін.	Досліджено технологічні процеси ЕПП, випускаються промислові установки	[22, 23]
СПбГТУ, Санкт-Петербург	Ушомирська Л. А., Локтев Д. С., Новіков В. І. та ін.	Оптимізовано і впроваджені в промисловість процеси ЕПП сталевих виробів	[6,13,24]
УГАТУ, Уфа	Амирханова Н. А., Смислів А. М., Смислова М. К., Мінгажев А. Д., Бибін А.А. та ін.	Розроблено теоретичні основи електролітно-плазмових процесів полірування сталевих і титанових виробів, впроваджені в промисловість процеси ЕПП деталей енергомашин	[14, 15, 17, 25]
МАТІ, Москва	Людин В. Б., Сумін І. В., Епельфельд А. В., Крит Б. Л., Борисов А. М. та ін.	Розроблено системи управління і автоматизації технологічного обладнання для процесу мікродугового оксидування	[26, 27]
СПбГТУ, Санкт-Петербург	Новіков В. І. та ін.	Побудована оптимізаційна модель керуючих параметрів процесу ЕПП	[24]
<b>Діагностика і керування процесом ЕПП та спорідненими електрохімічними процесами</b>			
Київ	Черненко В. І., Сніжко Л. А., Папанова В. І. та ін.	Розроблено підхід до управління станом поверхні в ході плазмового електролітичного оксидування за рахунок регулювання частоти і скрізності імпульсів напруги.	[28]
КНАГТУ, Комсомольськ-на-Амурі	Сарілов М. Ю., Кабалдін Ю. Г.	Розробка адаптивної системи управління електроерозійним верстатом, побудована на основі принципів штучного інтелекту	[29, 30]
УГАТУ, Уфа	Горбатков С. А., Невьянцева Р. Р., Парфьонов Є. В. та ін.	Розроблено спектральні методи діагностики неспостережуваних параметрів процесів ЕПО, запропонований метод термінального управління технологічним процесом ЕПО	[8, 31–34]
УГАТУ, Уфа	Мукаєва В. Р.	Запропоновано метод оптимального управління ТП ЕПП. Досліджено імпедансні спектри процесу ЕПП. Розроблено способи непрямого вимірювання шорсткості в ході обробки.	[35]

Таблиця 2 – Електроліти та режими ЕПП титану та титанових сплавів

№	Марка матеріалу	Склад електроліту	Анод (+)	Катод (-)	Температура електроліту, °С	Робоча напруга, В	Джерело
1	Титанові сплави ВТ3-1, ВТ6	Водний розчин $\text{Na}_2\text{SiF}_6$ (водний розчин солі борфтористоводневої, гексафтортитанової або плавикової кислоти)	деталь	електроліт	50-65	20-500 [50-400] {18-520}	Патент RU 2355829C2 Патент RU 2357019C2
2	Титанові сплави ВТ-1, ВТ-5, ВТ6, ВТ14, ВТ3-1, ВТ22	Водний розчин солі борфтористоводневої, кремнійфтористої або плавикової кислоти ( $\text{NH}_4\text{BF}_4$ ; $\text{Na}_2\text{SiF}_6$ ).	деталь	електроліт	50-65	15-540	Патент RU 235019C2
3	Титан, Титанові сплави	Водний розчин солі борфтористоводневої, кремнійфтористої, гексафтортитанової або плавикової кислоти	деталь	електроліт	60-90	I. 120-170 II. 210-350	Патент RU 2007 123 85 0 А Патент RU 2373306C2
		Водний розчин $\text{NH}_4\text{F}$ 2–3 %					
		В електроліт додатково вводять ПАР 0,4–0,8 %					
		В електроліт додатково вводять $\text{TiF}_4$ 0,3–0,8 %					
4	Титан, Титанові сплави	Водний розчин борфтористоводневої, кремнійфтористої, гексафтортитанової або плавикової кислоти	деталь	електроліт	60-90	I. 120-170 II. 210-350 III. 210-350	Патент RU 2007 123 85 0 А Патент RU 2 373 306 C2
		Водний розчин $\text{NH}_4\text{F}$ 2–3 %					
		В електроліт додатково вводять ПАР 0,4–0,8 %					
		В електроліт додатково вводять $\text{TiF}_4$ 0,3–0,8 %					
5	Титан, Титанові сплави	Водний розчин борфтористоводневої, кремнійфтористої, гексафтортитанової або плавикової кислоти	деталь	електроліт	60-90	I. 120-170 II. 210-350 III. 210-350 IV. 210-350	Патент RU 2007 123 85 0 А Патент RU 2 373 306 C2
		Водний розчин $\text{NH}_4\text{F}$ 2–3 %					
		В електроліт додатково вводять ПАР 0,4–0,8 %					
		В електроліт додатково вводять $\text{TiF}_4$ 0,3–0,8 %					
6	ВТ-1, ВТ3-1, ВТ6	Водний розчин борфтористоводневої, кремнійфтористої, гексафтортитанової або плавикової кислоти ( $\text{NH}_4\text{BF}_4$ ; $\text{Na}_2\text{SiF}_6$ )	деталь	електроліт	80-85	I. 150-180 II. 310-360	Патент RU 2 373 306 C2
7	ВТ-1, ВТ3-1, ВТ6	Водний розчин борфтористоводневої, кремнійфтористої, гексафтортитанової або плавикової кислоти ( $\text{NH}_4\text{BF}_4$ ; $\text{Na}_2\text{SiF}_6$ )	деталь	електроліт	60-90	I. 120-170 II. 210-350 III. 210-350 IV. 210-350	Патент RU 2 373 306 C2

**Особливості фізико-хімічних процесів електролітно-плазмового полірування титану.** У процесі кипіння гідратовані молекули беруть участь в обміні іонами з молекулами парової фази, що сприяє переносу окремих іонів розчину в оболонку (рис. 1, а).

Під парової плівкою в даному випадку розуміється суміш рідкого і пароподібного електроліту, іонів і електронів розчинених речовин в електроліті, аніонів металеві деталі, а також присутність бульбашок з газом. Газ, що міститься всередині бульбашок, швидше

за все, складається з суміші кисню й водню ( $\text{O}_2$ ,  $\text{H}_2$ ,  $\text{N}_2$ ).

Паралельно йде процес відриву бульбашок від поверхні анода. Утворення електропровідності в анодній паровій оболонці пояснюється емісією аніонів розчину в оболонку і їх концентрацією навколо бульбашок газу ( $\text{OH}^-$ ,  $\text{F}^-$ ,  $\text{O}^{2-}$ ). У парогазовій оболонці також присутні електрони, іони електроліту і анода ( $\text{H}^+$ ,  $\text{Ti}^{2+}$ ).

При значних напругах поверхня бульбашки отримує значний негативний заряд, обумовлений підвищеною концентрацією аніонів, внаслідок чого

внутрішній вміст бульбашки іонізується під дією високої локальної напруженості поля між позитивно зарядженою поверхнею анода і негативно зарядженою

поверхнею бульбашки, і усередині бульбашки утворюється високотемпературна плазма, яка оплавляє верхній шар поверхні анода.

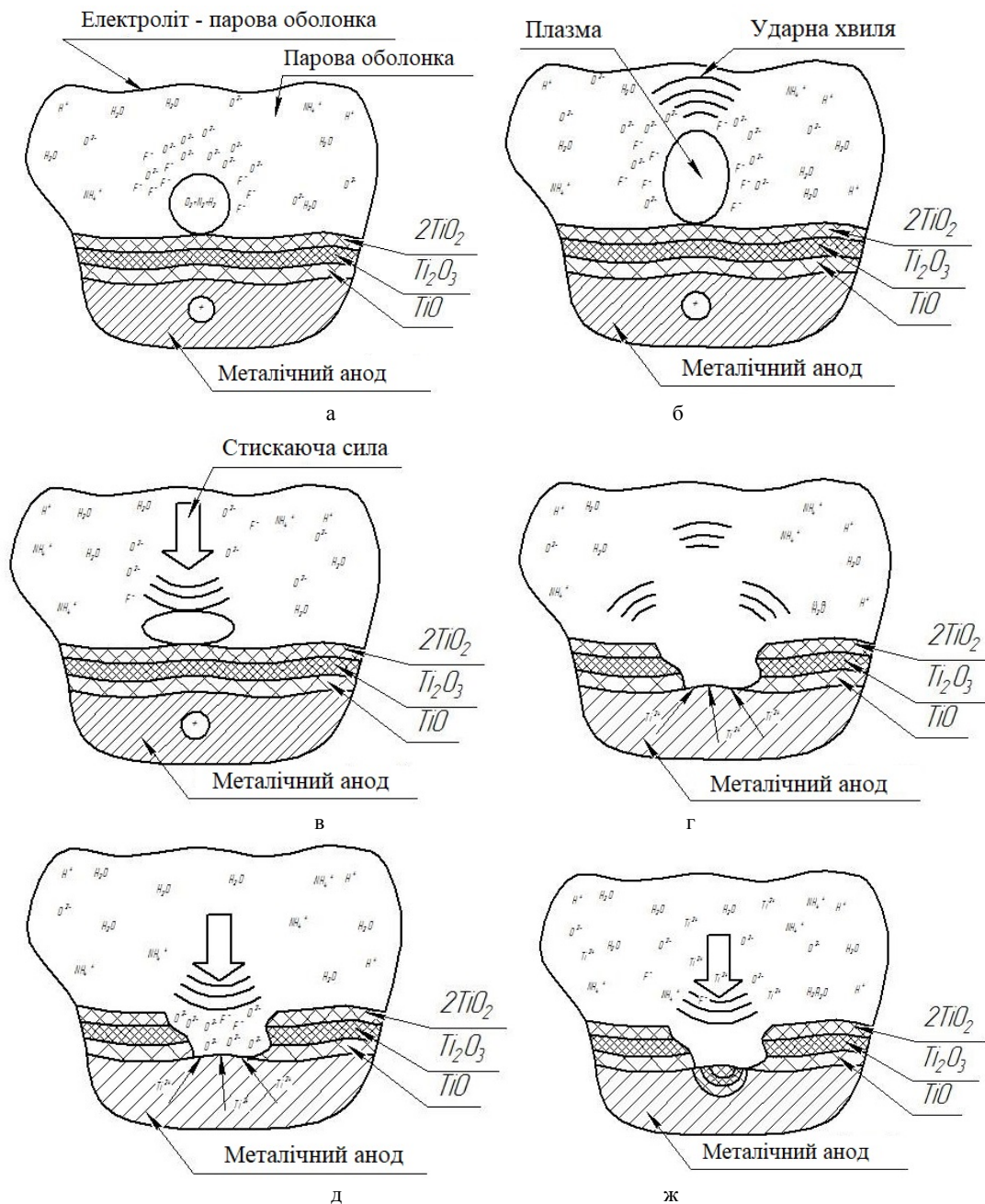


Рис. 1 – Схема процесів при ЕПП титану: а – перенос окремих іонів розчину в оболонку; б – бульбашка газу миттєво розширюється; в – залишкова енергія відбивається від межі «пар-електроліт» і з великим тиском стискає бульбашку газу, викликаючи її схлопування; г – схлопування бульбашки після моменту екранування ударної хвилі від межі «пар-електроліт»; д – у порожнечу потрапляють іони і аніони, які були присутні в паровій плівці; ж – взаємодія аніонів з поверхнею анода

Передбачається, що відбувається оплавлення оксидної плівки, внаслідок чого поверхня металу не піддається впливу високотемпературної плазми. Внаслідок високої температури, бульбашка газу миттєво розширюється (рис. 1, б). На розширення бульбашки також впливає електричне поле, яке поляризує простір усередині нього і подовжує його, надаючи йому форму еліпсоїда з великою напіввіссю, спрямованої по полю [6]. Зростаючи, бульбашка газу створює високу ударну хвилю, енергія якої частково розсіюється

в електроліті, а залишкова енергія відбивається від межі «пар-електроліт» і з великим тиском стискає бульбашку газу, викликаючи її схлопування (рис. 1, в).

Критерієм схлопування бульбашки буде умова, коли сили, що прагнуть стиснути бульбашку (ударна хвиля, тиск парів всередині парової плівки), подолують сили, що розширюють бульбашку (сила поверхневого натягу прагне відновити первинну сферичну форму бульбашки; великий тиск усередині бульбашки, пов'язаний з виникненням високотемпературної

плазми, а також розтягуюча сила під дією високого електричного поля). Схлопування бульбашки відбувається після моменту екранування ударної хвилі від межі «пар-електроліт» (рис. 1, г). При схлопуванні бульбашки відбувається процес, подібний до явища кавітації. У порожнечу потрапляють іони і аніони, які були присутні в паровій плівці, що переносяться на поверхню анода під дією електричного поля і ефектом ударної хвилі, яка встигла відбитися від кордону розділу електроліту і парової фази (рис. 1, д).

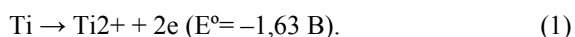
Емісія іонів з поверхні анода повинна відбуватися на вершинах мікро-збурення, в яких досягається найвища величина електричного поля. Взаємодія аніонів з поверхнею анода призводить до утворення оксидної плівки (рис. 1, ж).

Після схлопування бульбашки з газом і бомбардуванням анода аніонами, раніше оточуючими його поверхню, в утворену порожнину потрапляють крапельки електроліту, і відбувається їх контакт з поверхнею анода, що вносить свою часткову роль у формуванні оксидної плівки. Причиною розпилення електроліту може виявитися бомбардування його поверхні іонами титану. Час робочого циклу однієї «робочої» бульбашки і, відповідно, час її життя становить тисячні частки секунди (10–6–10–5с).

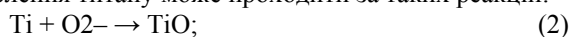
В електролітах, що містять іони фтору, як відомо, відбувається сильне розчинення титану, тому до складу електроліту входить  $\text{NH}_4\text{F}$  і  $\text{KF}$ .

Також встановлено, що теоретично розраховану кількість електроенергії на процес синтезу  $\text{TiO}_2$  набагато перевищує реально витрачений.

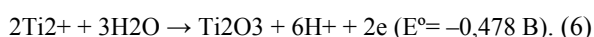
Для окислення 0,45 мкг титану необхідно 0,3 мкг кисню, на анодний синтез якого за законом Фарадея має бути витрачено 3,6 Кл. Хімічне розчинення титану відбувається поряд з електрохімічним синтезом діоксиду титану [36]:



Відповідно до загальноприйнятого механізму окислення титану може проходити за таких реакцій:



Реакції електрохімічного утворення плівок оксиду титану [36]:



**Висновки.** У багатьох роботах відзначено, що при ЕПП на точність обробки істотний вплив має самоорганізований або примусовий рух електроліту і його розсіювальна здатність, під якою розуміють ступінь рівномірності розподілу електричного струму на оброблюваній поверхні. Однак вплив міжелектродної відстані, геометричної форми електролітичної ванни, розташування оброблюваних заготовок одна

відносно одної і щодо стінок ванни на точність обробки, незважаючи на науково-практичну значимість цих факторів, до теперішнього часу не досліджені. В підсумку, внаслідок нестачі експериментально обґрунтованих даних про розсіювальну здатність електроліту при ЕПП деталей з високими вимогами до точності розмірів доводиться використовувати складну технологічну оснастку, що значно знижує продуктивність і підвищує вартість обробки.

Дослідження впливу ЕПП на експлуатаційні характеристики поверхні деталей зі сплавів на основі титану має важливе науково-практичне значення. Проведення комплексних експериментальних досліджень впливу ЕПП на такі експлуатаційні характеристики поверхні, як корозійна стійкість, стійкість проти міжкристалітної корозії, коефіцієнт тертя, адгезійну міцність гальванічних і вакуумно-плазмових покриттів дозволить значно розширити сферу застосування технологій ЕПП, номенклатуру оброблюваних сплавів і підвищити надійність деталей і вузлів різного призначення.

З огляду на те, що ПГО є динамічно стійкою системою з середньою товщиною, порівняною з висотою профілю поверхні, можна припустити, що пробій ПГО може відбутись з однаковою ймовірністю як на виступах, так і в западинах профілю оброблюваної поверхні в області випадкових неоднорідностей електричного поля. З цих причин, а також у зв'язку з відсутністю теоретичного й експериментального обґрунтування наведених вище гіпотез про механізм згладжування шорсткості поверхні в умовах ЕПП адекватність запропонованих гіпотез викликає сумнів. Шорсткість поверхні є однією з основних геометричних характеристик якості поверхні деталей і значно впливає на її експлуатаційні характеристики. З цієї причини розробка теорії формування топографії в умовах ЕПП, що враховує весь комплекс наведених вище чинників, має важливе науково-практичне значення.

#### Список літератури:

1. Силькевич, Ю. В. Электроимпульсное полирование на основе железа, хрома и никеля [Текст] / Ю. В. Силькевич, В. К. Шелег, И. Н. Янковский, Г. Я. Беляев. – Минск: БНТУ, 2014. – 324 с.
2. Ильющенко, А. Ф. Исследование влияния различных температур и концентраций электролита при электролитно-плазменной обработке на состав, структуру и свойства нержавеющей стали 12Х18Н9 [Текст] / А. Ф. Ильющенко, И. В. Фомихина, Ю. О. Лисовская и др. // НАН Беларуси, Белорусский национальный технический университет. – 2009. – С. 14–19.
3. Плотников, Н. В. К вопросу о модели электролитно-плазменного полирования поверхности [Текст] / А. М. Смыслов, Д. Р. Таминдаров. – Уфа: УГАТУ, 2013. – Т. 17, № 4 (57). – С. 90–95.
4. Парфенов, Е. В. Управление технологическими процессами электролитно-плазменной обработки на основе пассивной идентификации свойств поверхностного слоя [Текст] / Е. В. Парфенов // Вестник УГАТУ. Технология машиностроения. – Уфа: УГАТУ, 2011. – Т. 15, № 4 (44): Статьи и сообщения. – С. 215–224.
5. Куликов, И. С. Электролитно-плазменная обработка материалов [Текст] / И. С. Куликов, С. В. Ващенко, А. Я. Каменев. – Минск: Беларуская наука, 2010. – 232 с.
6. Локтев, Д. Е. Исследование параметров электролитно-плазменного полирования низколегированной стали методом планирования полного факторного эксперимента [Текст] / Д.

- Е. Локтев, Л. А. Ушомирская, В. И. Новиков* // Электрофизические и электрохимические методы обработки. – 2009. – № 5. – С. 15–18.
7. *Белкин, П. Н.* Анодная электрохимико-термическая модификация металлов и сплавов [Текст] / *П. Н. Белкин* // Электронная обработка материалов. – 2010. – № 6. – С. 29–41.
  8. *Парфенов, Е. В.* Обобщенная математическая модель технологического процесса электролитно-плазменного удаления покрытий [Текст] / *Е. В. Парфенов, Р. Р. Невьянцева, А. А. Быбин* // Вестник УГАТУ. – 2007. – Т. 9, № 7. – С. 33–40.
  9. Пат. № 13937 Беларуси. Устройство для электролитно-плазменного полирования металлического изделия [Текст] / *Кревсун, Э. П. Куликов, И. С. Каменев, А. Я. Ермаков В. Л.* – Оpubл. 30.12.2010.
  10. Пат. № 16063 Беларуси. Устройство для электролитно-плазменной обработки токопроводящего изделия [Текст] / *Кревсун, Э. П. Куликов, И. С. Нагула П. К.* – Оpubл. 30.06.2012.
  11. Пат. № 2268326 RF Установка электролитно-плазменного полирования С25 F 7/00 [Текст] / *Касимов, Р. Г. Горяинов, В. Н. Балахнин А. О.* – Оpubл. 20.01.2006.
  12. *Ерофеев, Ю. М.* Установка для электролитно-плазменного полирования [Текст] / *Ю. М. Ерофеев, В. Н. Пиеничный, В. М. Мизунов* // Конверсия в машиностроении. – 2003. – № 1. – С. 80–82.
  13. *Ушомирская, Л. А.* Особенности чистой обработки турбинных лопаток [Текст] / *Л. А. Ушомирская, А. И. Фоломкин, В. И. Новиков* // Электрофизические и электрохимические методы обработки. – 2008. – № 4. – С. 19–21.
  14. *Амирханова, Н. А.* Исследование закономерностей электролитно-плазменного полирования жаропрочного сплава ЭП-718 [Текст] / *Н. А. Амирханова, В. А. Белоногов, Г. У. Белоногова* // Металлообработка. – 2003. – № 6. – С. 16–20.
  15. *Смыслов, А. М.* Многоэтапная электролитно-плазменная обработка изделий из титана и титановых сплавов [Текст] / *А. М. Смыслов, М. К. Смылова, А. Д. Мингажев, К. С. Селиванов* // Вестник УГАТУ. – 2009. – Т. 13, № 1. – С. 141–145.
  16. Пат. № 2168565 RF Способ электрохимического полирования металлических изделий С25 F 3/16. [Текст] / *Мирзоев, Р. А. Стыров, М. И. Степанова, Н. И. Майоров А. И.* – Оpubл. 10.06.2001.
  17. Пат. № 2116391 RF Способ полирования изделий С25 F 3/16. [Текст] / *Амирханова, Н. А. Белоногов, В. А. Касимов, Р. Г. Горяинов В. Н.* – Оpubл. 27.07.1998.
  18. *Чиркунова, Н. В.* Формирование нано- и микроразмерных образований при электролитно-плазменной обработке аустенитной нержавеющей стали [Текст] / *Н. В. Чиркунова, А. П. Воленко, В. К. Чуркин, И. М. Сафаров, Р. Р. Мулюков* // Письма о материалах. – 2013. – Т. 3. – С. 163–165.
  19. *Синькевич, Ю. В.* Фазовый состав и микроструктура электроимпульсно полированной поверхности коррозионно-стойких сталей [Текст] / *Ю. В. Синькевич, И. Н. Янковский* // Прогрессивные технологии и системы машиностроения. – 2009. – № 37. – С. 233–238.
  20. *Синькевич, Ю. В.* Электроимпульсное полирование деталей из коррозионно-стойких и углеродистых конструкционных сталей [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук / *Ю. В. Синькевич.* – Минск, 1998. – 23 с.
  21. *Воленко, А. П.* Электролитно-плазменная обработка металлических изделий [Текст] / *О. В. Бойченко, Н. В. Чиркунова* // Вектор науки ТГУ. – 2012. – № 4 (22). – С. 144–147.
  22. *Станишевский, В. К.* Исследование электрической устойчивости системы источник питания-нагрузка при электролитной обработке [Текст] / *В. К. Станишевский, А. Э. Париццо, А. А. Семченко, А. А. Кособуцкий* // Электронная обработка материалов. – 1988. – № 1. – С. 26–29.
  23. А. с. СССР № 1775508 С25F 3/16. Способ электролитно-плазменного полирования изделий сложной формы [Текст] / *В. К. Станишевский, Г. Е. Слепнев, Л. М. Семенов, А. А. Кособуцкий, А. Э. Париццо, В. А. Хлебцевич.* – Оpubл. 1992. – Бюл. № 42.
  24. *Новиков, В. И.* Повышение эффективности изготовления сложно-профильных деталей из легированных сталей методом электролитно-плазменного полирования [Текст]: дисс. ... канд. тех. наук / *В. И. Новиков.* – Санкт-Петербург, 2010. – 148 с.
  25. Пат. РФ № 2133943, Способ измерения шероховатости поверхности МКИБ G 01 В 7/34 [Текст] / *Горбатков, С. А. Парфенов., Е. В. Быбин А. А.* – Оpubл. 27.07.99.
  26. *Суминов, И. В.* Микродуговое окисление: теория, технология, оборудование [Текст] / *И. В. Суминов, А. В. Эпельфельд, В. Б. Людин.* – М.: Экомет, 2005. – 368 с.
  27. *Суминов, И. В.* Плазменно-электролитическое модифицирование поверхности металлов и сплавов [Текст] / *И. В. Суминов, П. Н. Белкин, А. В. Эпельфельд, В. Б. Людин, Б. Л. Крит, А. М. Борисов.* – Москва: Техносфера, 2011. – 512 с.
  28. *Черненко, В. И.* Теория и технология анодных процессов при высоких напряжениях [Текст] / *В. И. Черненко, Л. А. Снежко, В. И. Папанова.* – Киев: Наукова думка, 1995. – 199 с.
  29. *Сарилов, М. Ю.* Повышение эффективности электроэрозионной обработки и качества обработанной поверхности на основе подходов искусственного интеллекта [Текст]: дисс. ... д. т. н. / *М. Ю. Сарилов.* – Комсомольск-на-Амуре, 2008. – 377 с.
  30. *Кабалдин, Ю. Г.* Повышение устойчивости процесса электроэрозионной обработки и качества обработанной поверхности на основе подходов искусственного интеллекта [Текст] / *Ю. Г. Кабалдин, М. Ю. Сарилов, С. В. Биленко.* – КнАГТУ, – 2007. – 191 с.
  31. Пат. № 2202451 RF. Способ управления процессом удаления дефектного покрытия электролитно-плазменным методом МПК В23Н7/20 [Текст] / *Михайловский, А. И. Невьянцева, Р. Р. Парфенов, Е. В. Быбин А. А.* – Оpubл. 2003.
  32. *Parfenov, E. V.* Process Control for Plasma Electrolytic Removal of TiN Coatings. Part 1: Duration Control [Text] / *E. V. Parfenov, R. R. Nevyantseva, S. A. Gorbatkov* // Surface and Coatings Technology. – 2005. – Vol. 199. – P. 189–197.
  33. *Parfenov, E. V.* Impedance spectroscopy characterisation of PEO process and coatings on aluminium [Text] / *E. V. Parfenov, A. L. Yerokhin, A. Matthews* // Thin Solid Films. – 2007. – Vol. 516. – P. 428–432.
  34. *Мукаева, В. Р.* Математическое моделирование процесса электролитно-плазменного полирования [Текст] / *В. Р. Мукаева, Е. В. Парфенов* // Вестник УГАТУ. – 2012. – Т. 16. – № 6. – С. 67–73.
  35. Пат. № 2475700 RF. Способ измерения шероховатости поверхности в процессе электролитно-плазменной обработки МПК G 01 В 7/34 [Текст] / *Парфенов, Е. В. Мукаева, В. Р. Невьянцева, Р. Р. Быбин А. А.* – Оpubл. 20.02.2013. Бюл. № 5.
  36. *Якименко, Л. М.* Электродные материалы в прикладной электрохимии [Текст] / *Л. М. Якименко.* – М.: Химия, 1977. – 264 с.

## Bibliography (transliterated):

1. Synkevych, Yu. V. (2014). Elektroimpul'snoe polyrovanye na osnove zheleza, khroma y nykelia. Minsk: BNTU, 325.
2. Yliushchenko, A. F., Fomykhyna, Y. V., Lysovskaia, Yu. O. et al. (2009). Yssledovanye vliyaniya razlychnykh temperatur y koncentratsyi elektrolita pry elektrolitno-plazmennoi obrabotke na sostav, strukturu y svoistva nerzhavieushchei staly 12Kh18N9. NAN Belarusy, Belorusskiy natsionalnyi tekhnicheskyy unyversytet, 14–19.
3. Plotnykov, N. V., Smyslov, A. M., Tamyndarov, D. R. (2013). K voprosu o modely elektrolitno-plazmennoho polyrovaniya poverkhnosti. Ufa: UHATU, 17 (4 (57)), 90–95.
4. Parfenov, E. V. (2011). Upravlenye tekhnolohicheskymy protsessamy elektrolitno-plazmennoi obrabotky na osnove passyvnoi ydentyfikatsyy svoistv poverkhnostnoho sloia. Vestnyk UHATU. Tekhnolohiya mashynostroeniya. Ufa: UHATU, 15 (4 (44)), 215–224.
5. Kulykov, Y. S., Vashchenko, S. V., Kamenev, A. Ya. (2010). Elektrolitno-plazmennaya obrabotka materyalov. Mynsk: Belarusskaia nauka, 232.
6. Loktev, D. E., Ushomyrskaya, L. A., Novykov, V. Y. (2009). Yssledovanye parametrov elektrolitno-plazmennoho polyrovaniya nyzkolehyrovannoi staly metodom planyrovaniya polnoho faktornogo eksperymenta. Elektrofyzycheskiye y elektrokhimicheskiye metody obrabotky. 5. 15–18.
7. Belkin, P. N. (2010). Anodnaya elektrokhimiko-termicheskaya modyfykatsiya metallov y spлавov. Elektronnaya obrabotka materyalov, 6. 29–41.
8. Parfenov, E. V., Neviantseva, R. R., Bybyn, A. A. (2007). Obobshchennaya matematicheskaya model tekhnolohicheskogo protsessa elektrolitno-plazmennoho udaleniya pokrytyi. Vestnyk UHATU, 9 (7). 33–40.
9. Krevsun, E. P., Kulykov, Y. S., Kamenev, A. Ya., Ermakov, V. L.



- (2010). Pat. № 13937 Belarusy Ustroistvo dlia elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya metallichesko zydelya, published: 30. 12. 2010.
10. Krevsun, E. P., Kulykov, Y. S., Nahula, P. K. (2012). Pat. №16063 Belarusy Ustroistvo dlia elektrolitno-plazmennoi obrabotky tokoprovodiashcheho zydelya, published: 30. 12. 2010.
  11. Kasymov, R. H., Horiainov, V. N., Balakhyn, A. O. (2006). Patent № 2268326 RF. Ustanovka elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya, published: 20.01.2006.
  12. Erofeev, Yu. M., Pshenychnyi, V. N., Myhunov, V. M. (2003). Ustanovka dlia elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya. Konversiya v mashinostroenny, 1. 80–82.
  13. Ushomyrskaya, L. A., Folomkyn, A. Y., Novykov, V. Y. (2008). Osobennosti chystovoi obrabotky turbynykh lopatok. Elektrofyzicheskiye y elektrokhimicheskiye metody obrabotky, 4. 19–21.
  14. Amyrkhanova, N. A., Belonohov, V. A., Belonohova, H. U. (2003). Yssledovanye zakonomernosti elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya zharoprochno splava EP-718. Metalloobrabotka, 6. 16–20.
  15. Smyslov, A. M., Smyslova, M. K., Mynhazhev, A. D., Selyvanov, K. S. (2009). Mnogoetapnaia elektrolitno-plazmennai obrabotka zydelyi yz tytana y tytanovykh splavov. VestnykUHATU, 13 (1), 141–145.
  16. Myrzoiev, R. A., Styrov, M. Y., Stepanova, N. Y., Maiorov, A. Y. (2001). Pat. № 2168565 RF.Sposob elektrokhimicheskogo polyrovaniya metallicheskykh zydelyi. C25 F 3/16.
  17. Amyrkhanova, N. A., Belonohov, V. A., Kasymov, R. H., Horiainov V. N. (1998). Pat. № 2116391 RF. Sposob polyrovaniya zydelyi. C25 F 3/16.
  18. Chyrkunova, N. V., Volenko, A. P., Chyrkun, V. K., Safarov, Y. M., Muliukov, R. R. (2013). Formirovaniye nano- y mykrorazmernykh obrazovaniy pry elektrolitno-plazmennoi obrabotke austenitnoi nerzhavieushchei staly. Pysma o materialakh, 3, 163–165.
  19. Synkevych, Yu. V., Yankovskiy, Y. N. (2009). Fazoviy sostav y mikrostruktura elektroympulsno polyrovannoi poverkhnosti korrozyonno-stoikykh staley. Mezhdunarodnyi sbornik nauchnykh statei: Prohressyvnye tekhnolohyy y systemy mashinostroeniya, 37, 233–238.
  20. Synkevych, Yu. V. (1998). Elektroympulsnoe polyrovaniye detalei yz korrozyonno-stoikykh y uhlerodistykh konstruksionnykh staley. Mynsk, 23.
  21. Volenko, A. P., Boichenko, O. V., Chyrkunova, N. V. (2012). Elektrolitno-plazmennai obrabotka metallicheskykh zydelyi. Vektor nauky THU, 4 (22), 44–147.
  22. Stanyshevskiy, V. K., Parshuto, A. E., Semchenko, A. A., Kosobutskiy, A. A. (1988). Yssledovaniye elektrycheskoi ustoychivosti systemy ystochnyk pytaniya-nahruczka pry elektrolitnoi obrabotke. Elektronnaia obrabotka materialov, 1. 26–29.
  23. Stanyshevskiy, V. K., Slepnev, H. E., Semenenko, L. M., Kosobutskiy, A. A., Parshuto, A. E., Khlebtsevych, V. A. (1992). Sposob elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya zydelyi slozhnoi formy (SSSR). 1775508; No. 42.
  24. Novykov, V. Y. (2010). Povysheniye efektyvnosti yzgotovleniya slozhno-profilynykh detalei yz lehyrovannykh staley metodom elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya. Saint-Petersburg, 148.
  25. Neviantseva, R. R., Horbatkov, S. A., Parfenov, E. V., Bybyn, A. A. (1999). Pat. № 2133943 RF.Sposob yzmereniya sherokhovatosti poverkhnosti.
  26. Sumynov, Y. V., Epelfeld, A. V., Liudyn, V. B. (2005) Mykroduhovie oksydyrovaniye: teoriya, tekhnolohiya, oborudovaniye. Moscow: Ekomet, 368.
  27. Sumynov, Y. V., Belkyn, P., Nepelfeld, A. V., Liudyn, V. B., Kryt, B. L., Borysov, A. M. (2011) Plazmenno-elektroliticheskoe modyfytsirovaniye poverkhnosti metallov y splavov. Moscow: Tekhnosfera, 2, 512.
  28. Chernenko, V. Y., Snezhko, L. A., Papanova, V. Y. (1995). Teoriya y tekhnolohiya anodnykh protsessov pry vysokykh napriazheniyakh. Kyiv: Naukova dumka, 199.
  29. Sarylov, M. Yu. (2008). Povysheniye efektyvnosti elektroerozyonnoi obrabotky y kachestva obrabotannoi poverkhnosti na osnove podkhodov ykusstvennoho yntellekta. Komsomolsk-na-Amure. 377.
  30. Kabaldyn, Yu. H., Sarylov, M. Yu., Bylenko, S. V. (2007). Povysheniye ustoychivosti protsessa elektroerozyonnoi obrabotky y kachestva obrabotannoi poverkhnosti na osnove podkhodov ykusstvennoho yntellekta. KnAHTU, 191.
  31. Mykhailovskiy, A. Y., Neviantseva, R. R., Parfenov, E. V., Bybyn, A. A. (2003). Patent № 2202451 RF. Sposob upravleniya protsessom udaleniya defektno pokrytiya elektrolitno-plazmennym metodom.
  32. Parfenov, E. V., Neviantseva, R. R., Gorbatkov, S. A. (2005). Process Control for Plasma Electrolytic Removal of TiN Coatings. Part 1: Duration Control. Surface and Coatings Technology, 199, 189–197.
  33. Parfenov, E. V., Yerokhin, A. L., Matthews, A. (2007). Impedance spectroscopy characterisation of PEO process and coatings on aluminium. Thin Solid Films, 516, 428–432.
  34. Mukaeva, V. R., Parfenov, E. V. (2012). Matematicheskoe modelirovaniye protsessa elektrolitno-plazmennogo polyrovaniya. Vestnyk UHATU, 16 (6), 67–73.
  35. Parfenov E. V., Mukaeva V. R., Neviantseva R. R., Bybyn A. A. (2013). Patent №2475700 RF. Sposob yzmereniya sherokhovatosti poverkhnosti v protsesse elektrolitno-plazmennoi obrabotky.
  36. Yakymenko, L. M. (1977). Elektrodnye materialy v prykladnoi elektrokhimyy. Moscow: Khymiya, 264.

Поступила (received) 05.04.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

**Огляд досягнень в області електролітно-плазмового полірування виробів з титанових сплавів / С. Л. Негруб, Є. Г. Володько // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 16(1238). – С. 74–82. – Бібліогр.: 36 назв. – ISSN 2079-5459.**

**Обзор достижений в области электролитно-плазменного полирования изделий из титановых сплавов/ С. Л. Негруб, Е. Г. Володько // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 16(1238). – С.74–82. – Бібліогр.: 36 назв. – ISSN 2079-5459.**

**Overview achievements in the field electrolytic-plasma polishing products from titanium alloys/ S. Nehrub, E. Volodko //Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2017. – № 16 (1238). – P.74 –82. – Bibliogr.: 36. – ISSN 2079-5459**

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

**Негруб Світлана Леонідівна** – кандидат технічних наук, Національна металургійна академія України, доцент кафедри технології машинобудування; пр. Гагарина, 4, м. Дніпро, Україна, 49600.



**Володько Євгеній Григорович** – магістр, Національна металургійна академія України, аспірант кафедри технології машинобудування; пр. Гагарина, 4, м. Дніпро, Україна, 49600; e-mail: [yevhenii.volodko@gmail.com](mailto:yevhenii.volodko@gmail.com).

**Негруб Светлана Леонидовна** – кандидат технических наук, Национальная металлургическая академия Украины, доцент кафедры технологии машиностроения; пр. Гагарина, 4, г. Днепр, Украина, 49600.

**Володько Евгений Григорьевич** – магистр, Национальная металлургическая академия Украины, аспирант кафедры технологии машиностроения; пр. Гагарина, 4, г. Днепр, Украина, 49600; e-mail: [yevhenii.volodko@gmail.com](mailto:yevhenii.volodko@gmail.com).

**Nehrub Svillana** – PhD, National Metallurgical Academy of Ukraine, associate professor Department of Technology of Machine Building; Gagarin ave., 4, Dnipro, Ukraine, 49600; e-mail: [nehrub\\_svetlana@mail.ru](mailto:nehrub_svetlana@mail.ru).

**Volodko Yevhenii** – Master, National Metallurgical Academy of Ukraine, graduate student Department of Technology of Machine Building; Gagarin ave., 4, Dnipro, Ukraine, 49600; e-mail: [yevhenii.volodko@gmail.com](mailto:yevhenii.volodko@gmail.com).

УДК 539.3

*Д. Д. ИСМАЙЛОВА*

### ЗАДАЧА КРУЧЕНИЯ РАДИАЛЬНО-НЕОДНОРОДНОГО ЦИЛИНДРА

Изучается задача кручения радиально-неоднородного изотропного полого цилиндра, когда боковые поверхности свободны от напряжений. Показано, что решение складывается из двух типов решений: проникающего решения и решения типа пограничного слоя.

Построены точные и асимптотические решения задачи кручения цилиндра, когда упругие характеристики меняются по общим степенным законам, по радиусу. На основе проведенного анализа разъяснен характер напряженно-деформированного состояния цилиндра.

**Ключевые слова:** однородные решения, пограничный слой, решение Сен-Венана, краевой эффект.

Вивчається задача кручення радіально-неоднорідного изотропного полого циліндра, коли бічні поверхні вільні від напружень. Показано, що рішення складається з двох типів рішень: проникаючого рішення і рішення типу прикордонного шару.

Побудовано точні і асимптотичні рішення задачі кручення циліндра, коли пружні характеристики змінюються за загальними степенним законам, по радіусу. На основі проведеного аналізу роз'яснено характер напружено-деформованого стану циліндра.

**Ключові слова:** однорідні рішення, прикордонний шар, рішення Сен-Венана, крайовий ефект.

The problem of torsion of a radially inhomogeneous isotropic hollow cylinder is studied, when the side surfaces are free from stresses. It is shown that the solution consists of two types of solutions: a penetrating solution and a solution of the boundary layer type.

Precise and asymptotic solutions of the torsion problem of the cylinder are constructed, when the elastic characteristics change according to general power laws, along the radius. Based on the analysis, the nature of the stress-strain state of the cylinder is explained.

**Keywords:** homogeneous solutions, boundary layer, Saint-Venant solution, edge effect.

**Введение.** В [1–3] разработана асимптотическая теория кручения для радиально-слоистых тел. Метод указанных работ был обобщен [4, 5] в задачах стационарных крутильных колебаний радиально-слоистого цилиндра.

В [6] методом асимптотического интегрирования уравнений теории упругости изучена задача кручения для радиально-неоднородного цилиндра малой толщины.

**Постановка задачи.** Рассмотрим задачу кручения кругового радиально-неоднородного полого цилиндра. В цилиндрической системе координат область, занятая цилиндром обозначим через  $\Gamma = \{r \in [r_1; r_2], \phi \in [0; 2\pi], z \in [-L; L]\}$ . Будем считать, что модуль сдвига  $-G = G(r)$  произвольная строго положительная интегрируемая функция.

Уравнения равновесия при отсутствии массовых сил в цилиндрической системе координат  $r, \phi, z$  имеют вид [7]:

$$\frac{\partial \sigma_{r\phi}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_{\phi z}}{\partial z} + \frac{2}{r} \sigma_{r\phi} = 0, \quad (1)$$

где  $\sigma_{r\phi}, \sigma_{\phi z}$  – компоненты тензора напряжений, которые выражаются через компоненты вектора перемещений следующим образом [7]:

$$\sigma_{r\phi} = G \left( \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi}{r} \right), \quad \sigma_{\phi z} = G \frac{\partial u_\phi}{\partial z}. \quad (2)$$

Подставляя (2) в (1), получаем уравнения равновесия в перемещениях:

$$\frac{\partial}{\partial \rho} \left[ G(\rho) \left( \frac{\partial u_\phi}{\partial \rho} - \frac{u_\phi}{\rho} \right) \right] + \frac{2G(\rho)}{\rho} \left( \frac{\partial u_\phi}{\partial \rho} - \frac{u_\phi}{\rho} \right) + G(\rho) \frac{\partial^2 u_\phi}{\partial \xi^2} = 0. \quad (3)$$

Здесь  $\rho = \frac{r}{R_0}, \xi = \frac{z}{R_0}$  – новые безразмерные

переменные;  $R_0 = \frac{r_1 + r_2}{2}$  – радиус срединной поверхности цилиндра;  $u_\phi = u_\phi(\rho, \xi)$  – компонента вектора смещения;

$$\rho \in [\rho_1; \rho_2], \quad \xi \in [-l; l] \left( \rho_s = \frac{r_s}{R_0}, l = \frac{L}{R_0}; s = 1, 2 \right).$$

Предполагаем, что боковая часть цилиндра свободна от напряжений, т.е.

© Д. Д. Исмаилова. 2017