

АВТОМАТИЗАЦІЯ ТА УПРАВЛІННЯ МЕХАНІКО-ТЕХНОЛОГІЧНИМИ СИСТЕМАМИ ТА КОМПЛЕКСАМИ

УДК.514.18

Є. О. АДОЇЄВ, В. М. ВЕРЕЩАГА, К. Ю. ЛИСЕНКО

РОЗРОБКА УЗАГАЛЬНЕНОЇ ТЕХНІКИ АЛГЕБРАЇЧНОГО ФОРМУВАННЯ Б-ФУНКЦІЙ ДЛЯ ЧОТИРЬОХ ТОЧОК

Розроблено алгебраїчну техніку формування Б-функцій P_i для чотирьох точок, у загальному вигляді, тобто для усіх можливих варіантів значень параметрів від 0 до 1 для двох точок B і C , що знаходяться всередині відрізка AD . Запропоновано техніку знаходження кореляційних коефіцієнтів Б-функцій P_i . Наведено приклад застосування узагальненої техніки формування Б-функцій P_i .

Ключові слова: Б-функції, Б-криві, техніка формування, кореляційний коефіцієнт.

Разработана алгебраическая техника формирования Б-функций P_i для четырех точек, в общем виде, то есть для всех возможных вариантов значений параметров от 0 до 1 для двух точек B и C , которые находятся внутри отрезка AD . Предложено технику нахождения корреляционных коэффициентов Б-функций P_i . Приведен пример применения обобщенной техники формирования Б-функций P_i .

Ключевые слова: Б-функции, Б-кривые, техника формирования, корреляционный коэффициент.

The article proposed algebraic technique of forming B-functions (Balyuba functions) P_i to four points, in general, ie for all possible parameter values from 0 to 1 for the two points B and C, which are within the segment AD . A technique of finding of correlation coefficients B-functions P_i is proposed. An example of using generalized forming technique of B-functions P_i was shown. The application of the mathematical apparatus of the Balyuba-Naidysh point calculus for the modeling of multifactor processes is considered. In particular, we consider a method for constructing parabolic response surfaces on the basis of B-functions in point calculus. The authors take as a basis the scheme for constructing a second-order parabola in the point calculus. Researches of the properties of the function-parameters on the examples of constructing the curve from four points showed that the B-functions can also be obtained algebraically for the purpose of constructing models of multifactorial processes.

Keywords: four points, B-functions, B-curves, functional correlation coefficient, generalized forming technique, point calculation.

Вступ. У рамках точкового БН-числення [1] досить часто застосовують функції-параметри, які названі авторами Б-функції, що, при визначенні наперед значеннях параметрів, дорівнюють одиниці або нулю Б-функції, що позначаються P_i , є параметрами Б-кривих, які подані у точковій формі, і використовуються у створенні моделей процесів або ситуацій. Наразі існує проблема подальшого розвитку теорії Б-функцій, якій і присвячено дослідження цієї статті.

Аналіз останніх досліджень. У попередніх наших дослідженнях, що знаходяться у публікаціях, було розроблено техніку частинну для шістьох точок, узагальнену для трьох точок. З метою створення теорії Б-функцій, вважаємо за необхідне розробляти техніку формування Б-функцій для кривих, що проходять через більшу кількість, наперед заданих, точок.

Формування мети дослідження. Розробити техніку алгебраїчного формування Б-функцій, в узагальненій формі, для Б-кривих, які проходять через чотири, наперед визначених, точки.

Основна частина. Розглянемо випадок створення Б-функцій для Б-кривої, що повинна пройти через чотири, наперед визначені, точки A, B, C, D (рис.1).

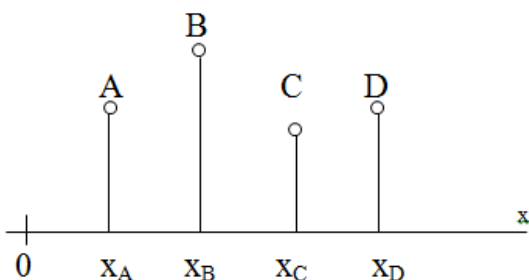


Рис. 1 – Схема щодо визначення параметру t_i ($i = A, B, C, D$).

Нехай параметр t , що є аргументом для Б-функцій, визначається як відношення різниці координат x_i , для кожної з чотирьох точок

$$\begin{aligned} t_A &= \frac{x_A - x_A}{x_D - x_A} = 0; & t_B &= \frac{x_B - x_A}{x_D - x_A} = \frac{x_{BA}}{x_{DA}}; \\ t_C &= \frac{x_C - x_A}{x_D - x_A} = \frac{x_{CA}}{x_{DA}}; \\ t_D &= \frac{x_D - x_A}{x_D - x_A} = \frac{x_{DA}}{x_{DA}} = 1. \end{aligned} \quad (1)$$

Безумовно, для визначення аргументу t_i , можна обрати інші відношення, але у цій статті їх не будемо розглядати. Як бачимо з (1), $0 \leq t \leq 1$. Нехай Б-крива, що проходить через визначені точки A, B, C, D , задана точковим рівнянням:

$$M = AP_A + BP_B + CP_C + DP_D, \quad (2)$$

де P_A, P_B, P_C, P_D – Б-функції, які необхідно сформувати,

$$P_A + P_B + P_C + P_D = 1. \quad (3)$$

Розглянемо тепер окремо кожну з Б-функцій P_i , де $i = A : B : C : D$, для значень аргументу t_i з (1). Кожна з цих Б-функцій один раз має прийняти значення одиниці і три рази повинна дорівнювати нулю.

Наприклад, P_A у точці A дорівнює одиниці, а в точках B, C, D $P_A = 0$. Виходячи з наявного досвіду формування Б-функцій, спочатку P_A будемо формувати у точках B, C, D і наостанок у точці A , у якій $P_A = 1$. Для формування P_i необхідно ввести аргумент $\bar{t} = 1 - t$, що доповнює t до одиниці.

1) Сформуємо P_A для точки B , у якій $t_B = \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$, $\bar{t}_B = 1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$, $P_A = 0$. Найпростіший вигляд Б-функції буде наступним:

$$P_A = \alpha_{B1} t_B - \bar{t}_B, \text{ або } P_A = t_B - \alpha_{B2} \bar{t}_B. \quad (4)$$

Звідкіля

$$\alpha_{B1} = \frac{\bar{t}_B}{t_B}, \text{ або } \alpha_{B2} = \frac{t_B}{\bar{t}_B}, \text{ тобто } \alpha_{B2} = \frac{1}{\alpha_{B1}}. \quad (5)$$

Тут позначення α обрано через те, формується Б-функція P_A для точки A у точці B , на що вказує індекс B . Одиниця відповідає першому варіанту.

У подальшому будемо розглядати перший варіант із (4).

$$P_A = \alpha_{B1} t - \bar{t}. \quad (6)$$

Зауважимо, тут показано лише два варіанти для коефіцієнту α , але їх можна утворити безліч.

2) Розглянемо техніку подальшого формування Б-функції P_A у точці C , аргументами у якій є $t_C = \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$ та $\bar{t}_C = 1 - \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$, $P_A = 0$, Б-функція у точці C повинна враховувати (5), тому у (6) підставимо аргументи для точки C , дістанемо:

$$P_A = \alpha_{B1} \frac{x_{CA}}{x_{DA}} - 1 + \frac{x_{CA}}{x_{DA}} = \frac{x_{CA}}{x_{DA}} (\alpha_{B1} + 1) - 1. \quad (7)$$

Зауважимо, що при будь-яких значеннях x_{CA} , x_{DA} , α_{B1} рівняння (7) не буде дорівнювати нулю, а за умовою утворення Б-функцій P_A у точці C має дорівнювати нулю, тобто

$$P_A = b_1 (\alpha_{C1} t_C - \bar{t}_C), \text{ або } P_A = b_2 (t_C - \alpha_{C2} \bar{t}_C), \quad (8)$$

де

$$b_1 = \alpha_{B1} t - \bar{t}; b_2 = t - \alpha_{B2} \bar{t}.$$

У (7) розглянемо перший варіант, який має дорівнювати нулю, дістанемо:

$$b_1 (\alpha_{C1} t_C - \bar{t}_C) = 0, \text{ звідкіля } \alpha_{C1} = \frac{\bar{t}_C}{t_C}; \alpha_{C2} = \frac{1}{\alpha_{C1}}. \quad (9)$$

Якщо позначимо $\alpha_{C1} t_C - \bar{t}_C = c_1$, то Б-функція P_A у точці C , матиме вигляд:

$$P_A = b_1 c_1 = (\alpha_{B1} t - \bar{t}) (\alpha_{C1} t - \bar{t}). \quad (10)$$

3) Розглянемо техніку подальшого формування Б-функції P_A у точці D , аргументами у якій є $t = 1; \bar{t} = 0$; Б-функція у точці D повинна враховувати (10) і дорівнювати 0, у такому разі P_A у точці D матиме вигляд

$$P_A = b_1 c_1 \bar{t}. \quad (11)$$

4) І насамкінець, сформуємо Б-функцію P_A у точці A , у якій аргументи $t_A = 1; \bar{t}_A = 0; P_A = 1$, тоді Б-функція P_A у точці A матиме вигляд:

$$P_A = |b_1 c_1 \bar{t}| = |\bar{t} (\alpha_{B1} t - \bar{t}) (\alpha_{C1} t - \bar{t})|. \quad (12)$$

$$t = 0; \bar{t} = 1; P_B = 0.$$

5) Розглянемо техніку формування Б-функції P_B у точці A , у якій аргумент C

Враховуючи вихідні умови за аргументом, можемо записати, що у точці :

$$P_B = t. \quad (13)$$

6) Розглянемо подальше формування Б-функції P_B у точці C , аргументи у якій є $t_C = \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$ та

$\bar{t} = 1 - \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$, $P_B = 0$, Б-функція у точці повинна враховувати (13), тому можемо записати:

$$P_B = t (\beta_{C1} t_C - \bar{t}_C). \quad (14)$$

Дорівняємо (14) нулю, отримаємо:

$$t_C (\beta_{C1} t_C - \bar{t}_C) = 0,$$

звідкіля

$$\beta_{C1} = \frac{\bar{t}_C}{t_C}; \beta_{C2} = \frac{1}{\beta_{C1}}. \quad (15)$$

Враховуючи (15), можемо записати Б-функцію з (14) у точці C наступним чином:

$$P_B = t (\beta_{C1} t - \bar{t}) = c_2. \quad (16)$$

7) Сформуємо Б-функцію P_B у точці D , аргументами у якій є $t_D = 1; \bar{t}_D = 0; P_B = 0$.

Б-функція P_B у точці D повинна враховувати (16), тоді маємо записати:

$$P_B = c_2 \bar{t}. \quad (17)$$

8) І насамкінець, сформуємо Б-функцію P_B у точці B , у якій аргументи $t_B = \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$ та $\frac{x_{BA}}{x_{DA}}$, $P_B = 1$.

Скористаємося Б-функцією (16)

$$\beta \frac{x_{BA}}{x_{DA}} \left(1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}\right) \left(\beta_{C1} \frac{x_{BA}}{x_{DA}} - \left(1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}\right)\right) = 1, \bar{t}_B = 1 -$$

звідкіля дістанемо

$$\beta = \frac{1}{\frac{x_{BA}}{x_{DA}} \left(1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}\right) \left(\beta_{C1} \frac{x_{BA}}{x_{DA}} - \left(1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}\right)\right)}. \quad (18)$$

Тоді, враховуючи (18) та (17), Б-функція P_B у точці B матиме вигляд:

$$P_B = |\beta \bar{t}_C| = |\beta t \bar{t} (\beta_{C1} t - \bar{t})|. \quad (19)$$

9) Розглянемо техніку формування Б-функції P_C у точці A , у якій аргумент $t = 0; \bar{t} = 1$, а сама $P_C = 0$. Тоді:

$$P_C = t. \quad \text{т} \quad (20)$$

10) Сформуємо Б-функцію P_C у точці B , у якій $t_B = \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$; $\bar{t}_B = 1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$, а функція P_C має дорівнювати нулю $P_C = 0$. Враховуючи (20), маємо записати:

$$P_C = t(\gamma_{B1} t_B - \bar{t}_B),$$

тоді

$$\gamma_{B1} t_B - \bar{t}_B = 0 \rightarrow \gamma_{B1} = \frac{\bar{t}_B}{t_B}$$

$$t_B - \gamma_{B2} \bar{t}_B = 0 \rightarrow \gamma_{B2} = \frac{t_B}{\bar{t}_B}, \quad (21)$$

звідкіля

$$\gamma_{B2} = \frac{1}{\gamma_{B1}}.$$

Тоді кінцевий вираз Б-функції P_C у точці B матиме вигляд:

$$P_C = t(\gamma_{B1} t - \bar{t}) = c_3. \quad (22)$$

11) Сформуємо Б-функцію P_C у точці D , у якій аргументи дорівнюють $t = 1; \bar{t} = 0$, а Б-функція $P_C = 0$.

$$P_C = c_3 \bar{t} = t \bar{t} (\gamma_{B1} t - \bar{t}). \quad (23)$$

12) І насамкінець, сформуємо Б-функцію P_C у точці C , у якій аргументи дорівнюють $t_C = \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$ та

$\bar{t}_C = 1 - \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$, а сама Б-функція $P_C = 1$. Враховуючи

вихідні дані, маємо записати:

$$P_C = \gamma_{C1} t_C (1 - t_C) (\gamma_{B1} t_C - \bar{t}_C),$$

тоді

$$\gamma = \frac{1}{t_C (1 - t_C) (\gamma_{B1} t_C - \bar{t}_C)}. \quad (24)$$

Кінцевий вираз Б-функції P_C у точці C матиме вигляд:

$$P_C = |\gamma_{C1} t \bar{t} (\gamma_{B1} t - \bar{t})|. \quad (25)$$

13) Сформуємо Б-функцію P_D у точці A , у якій аргументами є $t = 0; \bar{t} = 1$, а сама Б-функція $P_D = 0$. Виходячи з вихідних даних

$$P_D = t. \quad (26)$$

14) Сформуємо Б-функцію P_D у точці B , у якій аргументами є $t_B = \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$; $\bar{t}_B = 1 - \frac{x_{BA}}{x_{DA}}$, а Б-функція $P_D = 0$. Визначимо коефіцієнти:

$$\delta_{B1} t_B - \bar{t}_B = 0 \rightarrow \delta_{B1} = \frac{\bar{t}_B}{t_B};$$

$$t_B - \delta_{B2} \bar{t}_B = 0 \rightarrow \delta_{B2} = \frac{t_B}{\bar{t}_B}; \rightarrow \delta_{B2} = \frac{1}{\delta_{B1}}. \quad (27)$$

Тоді кінцевий вираз Б-функції у точці B матиме вигляд:

$$P_D = t(\delta_{B1} t - \bar{t}) = d_1. \quad (28)$$

15) Сформуємо Б-функцію P_D у точці C , у якій аргументами є $t_C = \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$; $\bar{t}_C = 1 - \frac{x_{CA}}{x_{DA}}$, а Б-функція $P_D = 0$.

Визначимо коефіцієнти:

$$\delta_{C1} t_C - \bar{t}_C = 0 \rightarrow \delta_{C1} = \frac{\bar{t}_C}{t_C};$$

$$t_C - \delta_{C2} \bar{t}_C = 0 \rightarrow \delta_{C2} = \frac{t_C}{\bar{t}_C}; \rightarrow \delta_{C2} = \frac{1}{\delta_{C1}}. \quad (29)$$

Тоді кінцевий вираз Б-функції P_D у точці C матиме вигляд:

$$P_D = d_1 (\delta_{C1} t - \bar{t}). \quad (30)$$

16) Сформуємо Б-функцію P_D у точці D , аргументами у якій є $t_D = 1; \bar{t}_D = 0; P_D = 1$.

Враховуючи вихідні дані можемо записати:

$$\delta t(\delta_{B1}t - \bar{t})(\delta_{C1}t - \bar{t}) = 1,$$

звідкіля

$$\delta = \frac{1}{t(\delta_{B1}t - \bar{t})(\delta_{C1}t - \bar{t})}. \quad (31)$$

Тоді кінцевий вираз Б-функції P_D у точці D матиме вигляд:

$$P_D = |\delta t(\delta_{B1}t - \bar{t})(\delta_{C1}t - \bar{t})|. \quad (32)$$

Згуртуємо кінцеві вирази Б-функцій P_i у табл. 1.

Таблиця 1 – Узагальнені вирази Б-функцій P_i

P_i	Узагальнений вираз	Номер за текстом
P_A	$ \bar{t}(\alpha_{B1}t - \bar{t})(\alpha_{C1}t - \bar{t}) $	(12)
P_B	$ \beta t \bar{t}(\beta_{C1}t - \bar{t}) $	(19)
P_C	$ \gamma_{C1} \bar{t}(\gamma_{B1}t - \bar{t}) $	(25)
P_D	$ \delta t(\delta_{B1}t - \bar{t})(\delta_{C1}t - \bar{t}) $	(32)

Якщо уважно придивитися, то можна побачити симетричність P_A і P_D , P_B і P_C , тобто кінцевих Б-функцій P_A і P_D та Б-функцій, що знаходяться всередині P_B і P_C . Дійсно, симетричність, відповідних за місцем розташування, Б-функцій P_i є характерною особливістю.

Приклад. Нехай координати x вихідних точок дорівнюють $x_A = 2; x_B = 5; x_C = 9; x_D = 11$, тоді у відповідності до (1), $t_A = 0; t_B = \frac{1}{3}; t_C = \frac{7}{9}; t_D = 1$.

Розрахуємо за (12) P_A для усіх t_A, t_B, t_C, t_D .

Значення P_A :

– у точці $A: t = 0; \bar{t} = 1$; тоді

$$P_A = |1(0-1)(0-1)| = 1;$$

– у точці $B: t = \frac{1}{3}; \bar{t} = \frac{2}{3}$; тоді

$$P_A = \left| \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{2}{21} - \frac{2}{3} \right) \right| = 0;$$

– у точці $C: t = \frac{7}{9}; \bar{t} = \frac{2}{9}$; тоді

$$P_A = \left| \frac{2}{9} \left(2 \cdot \frac{7}{9} - \frac{2}{9} \right) \left(\frac{2}{9} - \frac{2}{9} \right) \right| = 0;$$

– у точці $D: t = 1; \bar{t} = 0$; тоді

$$P_A = \left| 0(2-0) \left(\frac{2}{7} - 0 \right) \right| = 0;$$

Розрахуємо за (19) P_B для усіх t_A, t_B, t_C, t_D .

Значення P_B :

– у точці $A: t = 0; \bar{t} = 1$; тоді

$$P_B = \left| 1 \cdot 0 \cdot 1 \left(\frac{2}{7} \cdot 0 - 1 \right) \right| = 0;$$

– у точці $B: t = \frac{1}{3}; \bar{t} = \frac{2}{3}$; тоді

$$P_B = \left| -\frac{189}{24} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{4}{189} - \frac{4}{27} \right) \right| = 1;$$

– у точці $C: t = \frac{7}{9}; \bar{t} = \frac{2}{9}$; тоді

$$P_B = \left| \beta \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{9} \left(\frac{2}{9} \cdot \frac{7}{9} - \frac{2}{9} \right) \right| = 0;$$

– у точці $D: t = 1; \bar{t} = 0$; тоді

$$P_B = \left| \beta \cdot 1 \cdot 0 \left(\frac{2}{7} \cdot 1 - 0 \right) \right| = 0;$$

Розрахуємо за (25) P_C для усіх t_A, t_B, t_C, t_D .

Значення P_C :

– у точці $A: t = 0; \bar{t} = 1$; тоді

$$P_C = |1 \cdot 0 \cdot 1(2 \cdot 0 - 1)| = 0;$$

– у точці $B: t = \frac{1}{3}; \bar{t} = \frac{2}{3}$; тоді

$$P_C = \left| \gamma \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{2}{3} \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) \right| = 0;$$

– у точці $C: t = \frac{7}{9}; \bar{t} = \frac{2}{9}$; тоді

$$P_C = \left| \frac{243}{56} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{2}{9} \left(2 \cdot \frac{7}{9} - \frac{2}{9} \right) \right| = 1;$$

– у точці $D: t = 1; \bar{t} = 0$; тоді

$$P_C = |\gamma \cdot 1 \cdot 0(2 \cdot 1 - 0)| = 0;$$

Розрахуємо за (32) P_D для усіх t_A, t_B, t_C, t_D .

Значення P_D :

– у точці $A: t = 0; \bar{t} = 1$; тоді

$$P_D = \left| 0 \cdot \delta(2 \cdot 0 - 1) \left(\frac{2}{7} \cdot 0 - 1 \right) \right| = 0;$$

– у точці $B: t = \frac{1}{3}; \bar{t} = \frac{2}{3}$; тоді

$$P_D = \left| \frac{1}{3} \cdot \delta \left(\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{3} - \frac{2}{3} \right) \right| = 0;$$

– у точці $C: t = \frac{7}{9}; \bar{t} = \frac{2}{9}$; тоді

$$P_D = \left| \delta \cdot \frac{7}{9} \left(2 \cdot \frac{7}{9} - \frac{2}{9} \right) \left(\frac{2}{7} \cdot \frac{7}{9} - \frac{2}{9} \right) \right| = 0;$$

– у точці $D: t = 1; \bar{t} = 0$; тоді

$$P_D = \left| \frac{7}{4} \cdot 1(2 \cdot 1 - 0) \left(\frac{2}{7} \cdot 1 - 0 \right) \right| = 1.$$

Результати розрахунків за цим прикладом зведемо у табл. 2.

Таблиця 2 – Розрахунки за прикладом

	A	B	C	D
P_A	1	0	0	0
P_B	0	1	0	0
P_C	0	0	1	0
P_D	0	0	0	1
ΣP_i	1	1	1	1

Як бачимо у вихідних точках, у яких було сформовано Б-функції P_i , їхня сума $\Sigma P_i = 1$. Однак, у проміжку між ними не завжди буде зберігатися одиниця для суми P_i . Це відбувається через те, що значення $P_i = 0$ не є зумовленим єдиною геометричною схемою і можуть належати до різних геометричних схем. Для усунення цієї не зумовленості треба для будь-яких значень параметрів t що не співпадають з параметрами точок, наприклад

$$\begin{aligned} t_{AB} &= \frac{t_A + t_B}{2}; t_{BC1} = \frac{t_B + t_C}{3}; \\ t_{BC2} &= \frac{2(t_B + t_C)}{3}; t_{CD} = \frac{t_C + t_D}{2}. \end{aligned} \quad (33)$$

У цьому прикладі на відрізьку CB взято два параметри то, що у наведеному вище прикладі, відрізок CB є найбільшим, а для взаємно-однозначного розв'язання необхідно розглянути не менш чотирьох рівнянь.

$$\begin{aligned} &a \left| \bar{t}_{AB} (\alpha_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\alpha_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| + \\ &+ b \left| \beta t_{AB} \bar{t}_{AB} (\beta_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| + \\ &+ c \left| \gamma t_{AB} \bar{t}_{AB} (\gamma_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| + \\ &+ d \left| \delta t_{AB} (\delta_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\delta_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| = 1. \end{aligned} \quad (34)$$

Введемо позначення:

$$\begin{aligned} x_{11} &= \left| \bar{t}_{AB} (\alpha_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\alpha_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| \\ x_{11} &= \left| \bar{t}_{AB} (\alpha_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\alpha_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| \\ x_{11} &= \left| \bar{t}_{AB} (\alpha_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\alpha_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| \\ x_{14} &= \left| \delta t_{AB} (\delta_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\delta_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| \\ x_{14} &= \left| \delta t_{AB} (\delta_{B1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) (\delta_{C1} t_{AB} - \bar{t}_{AB}) \right| \\ x_{22} &= \left| \beta t_{BC1} \bar{t}_{BC1} (\beta_{C1} t_{BC1} - \bar{t}_{BC1}) \right| \\ x_{23} &= \left| \gamma t_{BC1} \bar{t}_{BC1} (\gamma_{B1} t_{BC1} - \bar{t}_{BC1}) \right| \\ x_{24} &= \left| \delta t_{BC1} (\delta_{B1} t_{BC1} - \bar{t}_{BC1}) (\delta_{C1} t_{BC1} - \bar{t}_{BC1}) \right| \\ x_{31} &= \left| \bar{t}_{BC2} (\alpha_{B1} t_{BC2} - \bar{t}_{BC2}) (\alpha_{C1} t_{BC2} - \bar{t}_{BC2}) \right| \\ x_{32} &= \left| \beta t_{BC2} \bar{t}_{BC2} (\beta_{C1} t_{BC2} - \bar{t}_{BC2}) \right| \\ x_{33} &= \left| \gamma t_{BC2} \bar{t}_{BC2} (\gamma_{B1} t_{BC2} - \bar{t}_{BC2}) \right| \\ x_{34} &= \left| \delta t_{BC2} (\delta_{B1} t_{BC2} - \bar{t}_{BC2}) (\delta_{C1} t_{BC2} - \bar{t}_{BC2}) \right| \\ x_{41} &= \left| \bar{t}_{CD} (\alpha_{B1} t_{CD} - \bar{t}_{CD}) (\alpha_{C1} t_{CD} - \bar{t}_{CD}) \right| \\ x_{42} &= \left| \beta t_{CD} \bar{t}_{CD} (\beta_{C1} t_{CD} - \bar{t}_{CD}) \right| \\ x_{43} &= \left| \gamma t_{CD} \bar{t}_{CD} (\gamma_{B1} t_{CD} - \bar{t}_{CD}) \right| \\ x_{44} &= \left| \delta t_{CD} (\delta_{B1} t_{CD} - \bar{t}_{CD}) (\delta_{C1} t_{CD} - \bar{t}_{CD}) \right| \end{aligned} \quad (35)$$

Тоді, враховуючи (35), аналогічно (34), складемо систему рівнянь, за допомогою якої буде здійснено кореляцію сформованих Б-функцій:

$$\left. \begin{aligned} ax_{11} + bx_{12} + cx_{13} + dx_{14} &= 1 \\ ax_{21} + bx_{22} + cx_{23} + dx_{24} &= 1 \\ ax_{31} + bx_{32} + cx_{33} + dx_{34} &= 1 \\ ax_{41} + bx_{42} + cx_{43} + dx_{44} &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (36)$$

Застосовуючи до (36) правило Крамера, отримаємо значення кореляційних коефіцієнтів:

$$a = \frac{D_a}{D}; b = \frac{D_b}{D}; c = \frac{D_c}{D}; d = \frac{D_d}{D}, \quad (37)$$

де

$$D = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{vmatrix}; D_a = \begin{vmatrix} 1 & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ 1 & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ 1 & x_{32} & x_{33} & x_{34} \\ 1 & x_{42} & x_{43} & x_{44} \end{vmatrix};$$

$$D_b = \begin{vmatrix} x_{11} & 1 & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & 1 & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & 1 & x_{33} & x_{34} \\ x_{41} & 1 & x_{43} & x_{44} \end{vmatrix}; D_c = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & 1 & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & 1 & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & 1 & x_{34} \\ x_{41} & x_{42} & 1 & x_{44} \end{vmatrix};$$

$$D_d = \begin{vmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & 1 \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & 1 \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & 1 \\ x_{41} & x_{42} & x_{43} & 1 \end{vmatrix}. \quad (38)$$

Треба зауважити, що за допомогою коефіцієнтів з (37) відбувається кореляція не тільки у точках з аргументами (33), а й неперервно по усій Б-кривій (2) в цілому:

$$aP_A + bP_B + cP_C + dP_D = 1. \quad (39)$$

З урахуванням (39), точкове рівняння Б-кривої (2) матиме вигляд:

$$M = AaP_A + BbP_B + CcP_C + DdP_D. \quad (40)$$

Висновок. Розроблено узагальнену техніку алгебраїчного формування Б-функцій P_i для Б-кривої, яка мусить пройти через чотири, наперед визначені, точки. При цьому, Б-функції P_i формуються на базі параметру t_i , який є відношенням різниці абсцис вихідних точок. Запропоновано техніку знаходження коефіцієнтів кореляції для Б-функцій P_i з метою об'єднання їх для подання Б-кривої у вигляді точкового рівняння.

Застосування запропонованої техніки алгебраїчного формування Б-функцій P_i дозволить створити клас Б-кривих, на основі яких буде виконуватися моделювання багатофакторних процесів.

Список літератури:

1. Адоньєв, Є. О. Застосування поверхонь відгуку при моделюванні сталого енергетичного розвитку міст [Текст] / Є. О. Адоньєв, В. М. Верещага // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2016. – № 3. – С. 471–476.
2. Балюба, І. Г. Точечное исчисление [Текст]: учеб. пос. / І. Г. Балюба, В. М. Найдьш; под ред. В. М. Верещаги. – Мелітополь: МГПУ ім. Б. Хмельницького, 2015. – 236 с.
3. Бумага, А. І. Точкове рівняння дуги параболи другого порядку [Текст] / А. І. Бумага // Прикладна геометрія та інженерна графіка. – 2012. – № 90 – С. 49–52.
4. Верещага, В. М. Спосіб згортання (розгортання) чарунок [Текст] / В. М. Верещага, Є. О. Адоньєв, О. М. Павленко // Сучасні проблеми моделювання. – 2016. – № 7. – С. 32–38.
5. Верещага, В. М. Монофакторний принцип побудови моделі багатофакторних задач термомодифікації будівель [Текст] / В. М. Верещага, Є. О. Адоньєв // Сучасні проблеми моделювання. – 2016. – № 7. – С. 24–31.
6. Конопачий, Є. В. Геометричне моделювання алгебраїчних кривих та їх використання при конструюванні поверхонь у

- точковому численні Балюби-Найдьши [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / Є. В. Конопачий. – Мелітополь: ТДАТУ, 2012. – 26 с.
7. Кучеренко, В. В. Формалізовані геометричні моделі нерегулярної поверхні для гіперкілісної дискретної скінченної множини точок [Текст]: дис. ... канд. техн. наук: 05.01.01 / В. В. Кучеренко. – Мелітополь, ТДАТУ, 2013 – 234 с.
8. Мартинов, В. Л. Моделювання оптимальних геометричних параметрів енергоефективних будівель гранної форми [Текст]: дис. ... Докт. Тех. Наук : 05.01.01 / в. Л. Мартинов. – Київ, 2015. – 390 с.
9. Нечволод, Л. І. Сучасний словник іншомовних слів [Текст] / Л. І. Нечволод. – Харків: Торсинг плюс, 2007. – 768 с.
10. Підгорний, О. Л. Актуальні проблеми геометричного моделювання в задачах енергозбереження у будівництві [Текст] / О. Л. Підгорний, В. О. Плоский, О. В. Сергійчук // Вентиляція, освітлення та теплозапобігання. – 2010. – № 14. – С. 25–31.

Bibliography (transliterated):

1. Adoniev, Ye. O., Vereshchaha, V. M. (2016). Zastosuvannya poverkhon vidhuku pry modeliuванні staloho enerhetychnoho rozvytku mist. Visnyk Khersonskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu, 3, 471–476.
2. Baliuba, Y. H., Naidysh, V. M., ed.: Vereshchaha V. M. (2015). Tochechnoe yschyslenye. Melitopol: MHPU ym. B. Khmelnytskoho, 234.
3. Bumaha, A. I. (2012). Tochkovye rivniannya duby paraboly druhogo poriadku. Prykladna heometriia ta inzhenerna hrafka, 90, 49–52.
4. Vereshchaha, V. M., Adoniev, Ye. O., Pavlenko, O. M. (2016). Sposib zhortannia (rozhortannia) charunok. Suchasni problemy modeliuвання, 7, 32–38.
5. Vereshchaha, V. M., Adoniev, Ye. O. (2016) Monofaktorny pryntsy pobudovy modeli bahatofaktornykh zadach termorenovatsii budivel. Suchasni problemy modeliuвання, 7, 24–31.
6. Konopatskiy, Ye. V. (2012). Heometrychne modeliuвання alhebraichnykh kryvykh ta yikh vykorystannia pry konstruiuvanni poverkhon u tochkovomu chyslenni Baliuby-Naidysya, Melitopol: TDAU, 163.
7. Kucherenko, V. V. (2013). Formalizovani heometrychni modeli nerehuliarnoi poverkhni dlia hiperkilisnoi dyskretnoi skinchenoi mnozhyny tochok, Melitopol: TDAU, 232.
8. Martynov, V. L. (2014). Modeliuвання optymalnykh heometrychnykh parametriv enerhoeffektyvnykh budivel hranoi formy. Kyiv, 390.
9. Nechvolod, L. I. (2007) Suchasnyi slovnyk inshomovnykh sliv. Kharkiv: Torsynh plus, 768.
10. Pidhorniy, O. L., Ploskiy, O. V. Sergejchuk, O. V. (2010) Aktualni problemy heometrychnoho modeliuвання v zadakhk enerhobzberzhennia u budivnytstvi. Ventyliatsia, osvittennia ta teplozapobigannia, 14, 25–31.

Надійшла (received) 19.04.2017

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Розробка узагальненої техніки алгебраїчного формування Б-функцій для чотирьох точок/ Є. О. Адоньєв, В. М. Верещага, К. Ю. Лисенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 16(1238). – С. 17–23.– Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Разработка обобщенной техники алгебраического формирования Б-функций для трех точек/ Е. А. Адоньєв, В. М. Верещага, К. Ю. Лысенко // Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2017. – № 16(1238). – С. 17–23.– Бібліогр.: 10 назв. – ISSN 2079-5459.

Development of a generalized technique for the algebraic formation of B-functions for four points/ Y. Adoniev, V. Vereshchaha, K. Lysenko //Bulletin of NTU “KhPI”. Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU “KhPI”, 2017. – № 16 (1238).– P. 17–23. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2079-5459

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Адоньєв Євген Олександрович – кандидат технічних наук, доцент, декан Економіко-гуманітарного факультету Запорізького національного університету в м. Мелітополі; вул. Героїв України, 160А., м. Мелітополь, Україна, 72316; e-mail: evgen.adoniev@gmail.com.

Верещага Віктор Михайлович – доктор технічних наук, професор кафедри прикладної математики та інформаційних технологій Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Богдана Хмельницького; вул. Гетьманська, 20, м. Мелітополь, Україна, 72300; e-mail: vervik49@gmail.com.

Лисенко Ксенія Юрївна – магістрант, кафедра прикладної математики та інформаційних технологій Мелітопольського державного педагогічного університету ім. Богдана Хмельницького; вул. Гетьманська, 20, м. Мелітополь, Україна, 72300; e-mail: vervik49@gmail.com.

Адоньев Евгений Александрович – кандидат технических наук, доцент, декан Экономико-гуманитарного факультета Запорожского национального университета в г. Мелитополье; ул. Героев Украины, 160А, г. Мелитополь, Украина, 72316, e-mail: evgen.adoniev@gmail.com.

Верещага Виктор Михайлович – доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики и информационных технологий Мелитопольского государственного педагогического университета им. Богдана Хмельницкого; ул. Гетьманская, 20, г. Мелитополь, Украина, 72300; e-mail: vervik49@gmail.com.

Лысенко Ксения Юрьевна – магистрант, кафедра прикладной математики и информационных технологий Мелитопольского государственного педагогического университета им. Богдана Хмельницкого; ул. Гетьманская, 20, г. Мелитополь, Украина, 72300; e-mail: vervik49@gmail.com.

Adoniev Yvhen – PhD, associate professor, dean of the Economics and Humanities Faculty of the Zaporizhzhya National University in Melitopol. Heroiv Ukrainy str., 160A, Melitopol, Ukraine, 72316.

Vereshchaga Viktor – Doctor of Technical Sciences, Professor of the Department of Applied Mathematics and Information Technologies of the Melitopol State Pedagogical University named after Bohdan Khmelnytsky; Getmansky str., 20, Melitopol, Ukraine, 72300; e-mail: vervik49@gmail.com.

Lysenko Ksenia – Master of Science, Department of Applied Mathematics and Information Technologies of the Melitopol State Pedagogical University named after Bohdan Khmelnytsky; Getmansky str., 20, Melitopol, Ukraine, 72300; e-mail: vervik49@gmail.com.

УДК 621.397.48 : 004.932.2

А. В. БЕЛЯЕВ, О. В. ЗУБКОВ, К. С. ТАРАСОВ, В. М. КАРТАШОВ

ОБРАБОТКА СИГНАЛОВ В УНИВЕРСАЛЬНОМ МУЛЬТИМЕДИЙНОМ СТРЕЛКОВОМ ТРЕНАЖЕРЕ

Методом теории статистических решений в статье синтезированы оптимальные алгоритмы обработки сигналов в мультимедийном стрелковом тренажере. В статье приводится краткий анализ моделей сигналов и помех, которые встречаются в рассматриваемой системе. В ходе статьи был предложен алгоритм оптимального обнаружения «пробоины», полученной в результате воздействия стрелкового оружия, или обнаружения светового пятна, образуемого лучом лазерного имитатора оружия. Синтезированный оптимальный алгоритм позволяет формировать максимально правдоподобные оценки пространственных координат центра светового пятна или пробоины на экране стрелкового комплекса.

Ключевые слова: обработка изображений, алгоритмы слежения, распознавание образов, оптимальное обнаружение, стрелковый тренажер.

Методом теорії статистичних рішень в статті синтезовані оптимальні алгоритми обробки сигналів в мультимедійному стрілецькому тренажері. У статті наводиться короткий аналіз моделей сигналів і перешкод, які зустрічаються в даній системі. В ході статті був запропонований алгоритм оптимального виявлення «пробоїни», отриманої в результаті впливу стрілецької зброї, або виявлення світлового плями, утвореного променем лазерного імітатора зброї. Синтезований оптимальний алгоритм дозволяє формувати максимально правдоподібні оцінки просторових координат центру світлової плями або пробоїни на екрані стрілецького комплексу.

Ключові слова: обробка зображень, алгоритми стеження, розпізнавання образів, оптимальне виявлення, стрілецький тренажер.

By the method of the theory of statistical solutions, optimal algorithms for signal processing in a multimedia rifle simulator are synthesized in the article. The article provides a brief analysis of the signal and interference patterns that are encountered in the system under consideration. In the course of the article, an algorithm was proposed for the optimal detection of a "hole", obtained as a result of the impact of small arms, or the detection of a light spot formed by a laser imitator beam of a weapon. The synthesized optimal algorithm allows to form the most plausible estimates of the spatial coordinates of the center of the light spot or holes on the screen of the shooting

Keywords: image processing, tracking algorithms, IMAGE recognition, optimal detection, shooting trainer.

Введение. При обработке и анализе изображений встречаются задачи обнаружения фрагмента с известными параметрами (фрагмент – элемент изображения, содержащий искомый объект, символ и т.п.), а также задачи измерения пространственных координат таких фрагментов [1]. Существует значительное количество методов решения подобных задач, основанных на фильтрации изображений [2], корреляционной обработке [3, 4], на использовании искусственных нейронных сетей и методов нечеткой логики и так далее. Однако, вычислительная эффективность и результаты решения задач обнаружения этими методами не идентичны.

К системам, в которых решаются подобные задачи обнаружения и измерения, относятся мультимедийные стрелковые тренажеры [5,6]. В них на фоне изменяющегося и, чаще всего, неоднородного видео-изображения проводится поиск мелкомасштабных объектов – пулевых отверстий. Мультимедийные стрелковые тренажеры, называемые «универсальными», обеспечивают работу системы в двух режимах: боевом, с использованием реального или пневматического оружия, и в режиме имитации стрельбы, с использованием лазерных насадок.

© А. В. Беляев, О. В. Зубков, К. С. Тарасов, В. М. Карташов.
2017