Analysis of modern frameless systems sewing facilities in the shipbuilding and dokostructure/ S. V. Terlych//Bulletin of NTU "KhPI". Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU "KhPI", 2016. – No 4 (1176) .– P. –. – Bibliogr.: 10. – ISSN 2079-5459.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Терлич Станіслав Володимирович – Херсонська філія Національного університету кораблебудування імені адмірала Макарова, старший викладач кафедри "Суднобудування"; проспект Адмірала Ушакова, 44, м. Херсон, Україна, 73022; e-mail: terlich@mail.ru.

Терлич Станислав Владимирович – Херсонский филиал Национального университета кораблестроения имени адмирала Макарова, старший преподаватель кафедры «Судостроение»; проспект Адмирала Ушакова, 44 м. Херсон, Украина, 73022; e-mail: terlich@mail.ru.

Terlych Stanislav Volodymyrovych – Kherson branch of the Admiral Makarov National University of Shipbuilding, senior lecturer Department "Shipbuilding"; Avenue Admiral Ushakov, 44, Kherson, Ukraine, 73022; e-mail: terlich@mail.ru.

УДК 519.213.7, 519.233.22

В. Л. ШЕРГИН, ***Э. Э. ДЕРЕЗА***, ***В. С. ПЕРЕДЕРИЙ***

ОЦЕНИВАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ ХЁРСТА ДЛЯ ПРОЦЕССОВ ЛЕВИ

Розглядається задача оцінювання показника Херста самоподібних випадкових процесів з альфа-стійкими прирістами. Проведено аналіз існуючих методів оцінювання показника Херста та висунута умова їхньої придатності щодо процесів Леві. Розв'язання поставленої задачі грунтується на застосуванні метода дробових моментів. Для процеса Леві з незалежними прирістами вирішено задачу оптимального підбору величини моменту. За рахунок цього забезпечується субефективне оцінювання характеристики самоподібності. У порівнянні з існуючими методами, запропонований характеризується простотою реализації, набагато більшою швидкодією та меншими витратами пам'яті.

Ключові слова: показник Херста, процес Леві, стійки розподіли, оцінювання індексу стійкості, дробові моменти.

Рассмотрена задача оценивания показателя Хёрста самоподобных случайных процессов с альфа-устойчивыми приращениями. Проведён анализ существующих методов оценки показателя Хёрста и сформулировано условие их применимости к процессам Леви. Решение поставленной задачи основано на использовании метода дробных моментов. Для процесса Леви с независимыми приращениями решена задача оптимального подбора величины используемого момента, обеспечивающая субэффективное оценивание характеристики самоподобия. По сравнению с существующими, предложенный метод характеризуется простотой реализации, намного более высоким быстродействием и меньшими затратами памяти.

Ключевые слова: показатель Хёрста, процесс Леви, устойчивые распределения, оценка индекса устойчивости, дробные моменты.

The work proposes a method for estimating the stability index of alpha-stable distributions by using moments of fractional order. Provided numerical modeling has fully justified all of the results. Comparative analysis of the efficiency among the proposed method of estimating the stability index and widely used methods was performed. Proposal method is much simpler, far faster and substantially less memory required.

Estimation of Hurst exponent of self-similar stochastic processes with alpha-stable increments was performed. Methods of estimating Hurst exponent were analyzed. The condition of their applicability to the Lévy processes is formulated. For the Lévy processes with independent increments the problem of optimal selection the order of sample moment used is solved. Using a sample moments with proposed order provides sub-effective evaluation of the stability index which is also a characteristic of self-similarity.

Keywords: Hurst exponent, Lévy process, stable distributions, stability factor estimation, fractional moments.

Введение. Самоподобие является свойством, присущим широкому кругу процессов и явлений естественнонаучного, техногенного, информационного, экономического характера. Если при этом изучаемые процессы или явления подвержены фактору случайности, то говорят о статистическом самоподобии, то есть об инвариантности статистических характеристик случайных процессов относительно аффинных преобразований шкал измерения. Исследование свойств самоподобных случайных процессов представляет интерес как в теоретическом плане, так и с точки зрения практического применения. Настоящая статья посвящена одному из аспектов этой проблемы, связанному с математическим моделированием самоподобных случайных процессов и оцениванием показателя Хёрста, являющегося мерой масштабного самоподобия (скейлинга).

Процессы, обладающие свойствами самоподобия, можно разделить на две группы [1]: монофрактальные и мультифрактальные. Монофрактальные процессы являются однородными в том смысле, что их скейлинговые характеристики остаются неизменными на любом диапазоне масштабов и обладают одним показателем скейлинга. Мультифрактальные процессы допускают разложение на участки с различными локальными масштабными свойствами и характеризуются спектром скейлинговых показателей.

Традиционно [2] в качестве модели самоподобных процессов используется модель фрактального броуновского движения [3], согласно которой приращения стохастического процесса $\Delta X(t,\tau) = X(t+\tau) - X(t)$ предполагаются распределёнными по нормальному (гауссовскому) закону. Однако, такая модель не охватывает всего разнообразия стохастических процессов, обладающих свойством самоподобия, что отмечалось ещё Мандельбротом [4].

Ограничивающим фактором этой модели является гауссовость приращений. Более общей моделью является модель процесса Леви [5], согласно которой приращения случайной величины следуют симметричному α- устойчивому (symmetric alpha-stable - $S\alpha S$) распределению. Гауссовское распределение является частным случаем $S\alpha S$ - распределения, соответствующим $\alpha=2$.

Существует множество методов оценивания параметров самоподобных и мультифрактальных процессов по временным рядам. При оценивании показателя Хёрста на практике наиболее часто используются методы нормированного размаха (RS-метод), изменения дисперсии ряда, флуктуационного анализа и другие [6]. При оценивании мультифрактальных характеристик одним из наиболее востребованных является метод мультифрактального детрендированного флуктуационного анализа (МФДФА) [7].

Вместе с тем, существующие методы оценивания показателя Хёрста (как обычного, так и обобщённого) ориентированы на модель случайного процесса с гауссовыми приращениями, а не с α - устойчивыми. В силу того, что α - устойчивые распределения не имеют моментов большего или равного порядка, чем α [8], традиционные методы оценивания показателя Хёрста либо становятся неработоспособными, либо их применение теряет теоретическое обоснование. В связи с этим ставится задача анализа требований к методам оценки показателя Хёрста для процессов Леви и соответствующая модификация этих методов.

Для решения поставленной задачи предполагается рассмотреть математические модели самоподобных случайных процессов, уделив особое внимание процессу Леви, проанализировать ограничения, налагаемые на методы оценивания показателя Хёрста при их применении к процессам Леви. В работе будет показано, что предложенный метод оценивания индекса устойчивости с помощью дробных моментов позволяет также получать и оценку показателя Хёрста в случае, когда приращения случайного процесса являются независимыми. Взгляд на перспективы и направления дальнейших исследований завершает работу.

Математические модели самоподобных случайных процессов. Стохастический процесс $X(t),\ t\ge 0$ с непрерывной действительной переменной времени называется *самоподобным* с параметром $H,\ 0<H<1$, если для любого вещественного значения $a>0$ законы распределения $\mathrm{Law}\{\cdot\}$ для $X(t)$ и $a^{-H}X(at)$ совпадают. Очевидно, что в этом случае законы распределения $X(at)$ и $a^H X(t)$ также будут совпадать:

$$\mathrm{Law}\left\{X(a\,t)\right\}=\mathrm{Law}\left\{a^H X(t)\right\}. \tag{1}$$

Параметр H, называемый *показателем Хёрста*, представляет собой меру самоподобия стохастического процесса.

Дальнейшими обобщениями монофрактальных самоподобных процессов (1) являются нестационарные самоподобные процессы

$$\mathrm{Law}\{X(a\,t)\}=\mathrm{Law}\{a^{H(t)}\cdot X(t)\}, \tag{2}$$

и мультифрактальные процессы

$$\mathrm{Law}\{X(a\,t)\}=\mathrm{Law}\{a^{H(a)}\cdot X(t)\}. \tag{3}$$

В обоих случаях показатель Хёрста не является постоянным. Важно отметить, что модели стационарных, нестационарных и мультифрактальных самоподобных процессов (1)-(3) являются *инвариантными* относительно вида самого закона распределения случайной величины $X(t)$, или её приращений $\Delta X(t,\tau)=X(t+\tau)-X(t)$. На практике к закону распределения приращений предъявляется естественное требование бесконечной делимости [5], что обеспечивает инвариантность закона распределения приращения случайной величины относительно количества отсчётов временного ряда, за которое оно берётся.

В традиционной модели *фрактального броуновского движения* [3] случайный процесс $X(t),\ t\ge 0$ наделяется следующими свойствами:

– процесс начинается в точке 0 ($X(0)=0$);

– выполняется свойство *непрерывности* (справа): $\forall\varepsilon>0\ \lim\limits_{h\to 0}P\left(\left|X(t+h)-X(t)\right|\ge\varepsilon\right)=0$;

– приращения являются *стационарными*, т.е. закон распределения $\Delta X(\tau)=X(t+\tau)-X(t)$ не зависит от t;

– приращения следуют *нормальному* (гауссовскому) закону распределения с нулевым математическим ожиданием и дисперсией, равной $\sigma^2\cdot\tau^{2H}$:

$$\Delta X(\tau)\to N\left(\tau;0,\sigma\cdot\tau^H\right). \tag{4}$$

Частным случаем такой модели, соответствующей $H=1/2$, является модель одномерного случайного блуждания (процесс Винера). В этом (и только в этом) случае приращения являются *независимыми*.

Процессы Леви. Обобщением модели винеровского процесса является процесс Леви (называемый также “полёт Леви” – Levy flight [4]). Отличие состоит в том, что закон распределения приращений не гауссовский (4), а *$\alpha-$устойчивый* $g\left(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta\right)$:

$$\Delta X(\tau)\to g\left(\tau;\alpha,\gamma\right). \tag{5}$$

Параметры $\alpha-$устойчивых законов имеют следующий смысл [8]: $\alpha\in(0,2]$ – параметр устойчивости; $-1\le\beta\le 1$ – параметр асимметрии; $\gamma>0$ – параметр масштаба; $-\infty<\delta<\infty$ – параметр положения (смещения).

Для моделирования приращений процесса Леви обычно рассматриваются симметричные $\alpha-$устойчивые законы ($S\alpha S$ -законы), т.е. $\beta=\delta=0$, что и было отражено в (5).

Основным свойством $\alpha-$устойчивых законов является устойчивость к суммированию: сумма конечного числа таких величин с одинаковым значением α (и произвольными β,γ,δ) также следует $\alpha-$устойчивому закону:

$$Law\left\{X_1+X_2+...+X_n\right\}=Law\left\{X_0\right\},$$
$$X_i\to g\left(x;\alpha,\beta_i,\gamma_i,\delta_i\right),\ i=1,...,n. \qquad (6)$$

Кроме того, такие законы инвариантны к линейным преобразованиям: если $X\to g\left(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta\right)$, то

$$Y=aX+b\to g\left(y;\alpha,\beta,\gamma\cdot|a|,\delta+b\right). \qquad (7)$$

Из (6), (7), в частности, следует, что для одинаково распределённых случайных величин $X_i\to g\left(x;\alpha,\beta,\gamma,\delta\right)$ справедливо

$$Law\left\{c_1X_1+c_2X_2+...+c_nX_n\right\}=Law\left\{c_0X_i\right\}. \qquad (8)$$

При этом выполняется соотношение

$$c_0^\alpha=\sum_{i=1}^{n}c_i^\alpha. \qquad (9)$$

Из приведённых свойств $\alpha-$устойчивых законов следует, что если приращения стохастического процесса $\Delta X(t,\tau)=X(t+\tau)-X(t)$ следуют $S\alpha S$-закону (5), то они являются *независимыми*, а сами значения $X(t)$, $t\ge 0$ также следуют $S\alpha S$-закону (с тем же значением α). При этом для каждого $c>0$, $t\ge 0$ выполняется соотношение

$$Law\left\{X(ct)\right\}=Law\left\{c^{1/\alpha}X(t)\right\}. \qquad (10)$$

Сравнивая выражения (1) и (10), понятно, что альфа-устойчивые процессы Леви с независимыми приращениями обладают свойствами самоподобия с показателем Хёрста, равным

$$H=1/\alpha. \qquad (11)$$

Подобно тому, как модель одномерного случайного блуждания (винеровского процесса) была обобщена до модели фрактального броуновского движения путём введения в (4) показателя Хёрста, модель процесса Леви также можно рассматривать в обобщённом варианте, допуская, что показатель Хёрста является самостоятельным параметром, не обязательно равным (11).

Особенности оценивания показателя Хёрста для процессов Леви. Непосредственно из определяющего свойства (1) самоподобного случайного процесса следует, что его начальные моменты имеют вид

$$\begin{aligned}\eta_q&=\mathrm{M}\left\{\left|X(t)\right|^S\right\}=\mathrm{M}\left\{\left|t^HX(1)\right|^S\right\}=\\&=t^{sH}\,\mathrm{M}\left\{\left|X(1)\right|^S\right\}=C(s)\cdot t^{sH}\end{aligned}, \qquad (12)$$

где $C(s)=\mathrm{M}\left\{\left|X(1)\right|^S\right\}=const(t)$.

Соотношение (12) является основой для построения и математического обоснования методов оценивания показателя Хёрста, таких, как метод изменения дисперсии ряда, флуктуационного анализа, метод МФДФА [9]. Параметр $s>0$ в (12) является свободным и его обычно выбирают равным единице (метод линейной размерности), двум (метод изменения дисперсии ряда), или произвольно, предоставляя выбор пользователю (метод флуктуационного анализа). Если для моделей с гауссовским приращением такой подход вполне обоснован, то в случае процессов Леви следует учитывать, что $\alpha-$устойчивые распределения (при $\alpha\ne 2$) обладают моментами только в диапазоне $-1<s<\alpha$.

По этой причине метод изменения дисперсии ряда, как и весьма популярный метод нормированного размаха (*RS*-метод), неприменимы к оцениванию показателя Хёрста процессов Леви. Более того, выборочные оценки начальных моментов (12)

$$Z_n(s)=\frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left|X(k\tau)\right|^s, \qquad (13)$$

будут иметь ограниченную дисперсию только при $s<\alpha/2$. По этой причине оценивание показателя Хёрста методом линейной фрактальной размерности ($s=1$) хоть и допустимо, но точность оценивания будет низка; дисперсия получаемых оценок показателя Хёрста будет неограничена.

Таким образом, для оценивания показателя Хёрста процессов Леви можно применить метод флуктуационного анализа, или его обобщение МФДФА, однако на величины используемых моментов следует наложить ограничение:

$$0<s<\alpha/2. \qquad (14)$$

При этом значение показателя устойчивости α может быть как заранее известным, так и нет. В последнем случае оценивание показателя Хёрста должно, очевидно, предваряться оцениванием показателя устойчивости.

Одним из перспективных методов оценки показателя устойчивости α-устойчивых случайных величин является метод дробных моментов [10].

Оценивание индекса устойчивости методом дробных моментов. В методе дробных моментов индекс устойчивости (α) оценивается с помощью выборочных моментов (13) дробного порядка s. При этом величина этого дробного порядка итеративно подбирается так, чтобы получаемые оценки индекса устойчивости были субэффективными, т.е. имели бы минимально достижимую в рамках применяемого метода дисперсию. Точная оценка индекса устойчивости имеет вид:

$$\widehat{\alpha}(n,s)=\frac{s}{1-\Gamma^{-1}(\chi(s)\cdot Z_n(s))}=\frac{s}{1-\Gamma^{-1}(1+Y_n(s))}, \qquad (15)$$

где введены обозначения $Y_n(s)=\chi(s)\cdot Z_n(s)-1$, $\chi(s)=\cos(\frac{\pi s}{2})\cdot\Gamma(1-s)\ge 1$.

Оценка (15), несмотря на простоту

математической записи, имеет очевидный недостаток, связанный с использованием функции $\Gamma^{-1}(u)$, обратной к гамма-функции $u=\Gamma(x)$. Эта функция не только не относится к элементарным (с точки зрения математики), но и не реализована ни в одном из известных инженерных и математических пакетов. В связи с этим в [11] предложено аппроксимировать (15) выражениями

$$\widehat{\alpha}_1(n,s)\approx s\left(a_1+b_1Y_n^{-1}(s)\right),\text{или}$$
$$\widehat{\alpha}_2(n,s)\approx s\left(a_2+b_2Y_n^{-1}(s)+c_2Y_n^{-2}(s)\right), \qquad (16)$$

где $a_1=1.19236$, $b_1=0.64072$, $a_2=1.11877$, b_2=0.70107, c_2=–0.012374.

В работе [11] показано, что при $s\in(-1;0)\bigcup(0;\alpha)$ (случай $s=0$ следует исключить как вырожденный) оценки (15) являются состоятельными и несмещёнными, а смещение оценок (16) невелико, обусловлено погрешностью разложения в ряд функции $\Gamma^{-1}(u)$ и может быть уменьшено за счёт увеличения числа членов ряда.

Полученное выражение дисперсии оценок $D\left[\widehat{\alpha}(n,s)\right]$ имеет вид

$$D[\widehat{\alpha}(n,s)]\approx\frac{b^2D_0(\alpha,s)}{n},$$ где

$$D_0(\alpha,s)=\frac{s^2\left(\dfrac{\chi^2(s)}{\chi(2s)}\Gamma(1-2\frac{s}{\alpha})-\Gamma^2(1-\frac{s}{\alpha})\right)}{\left(\Gamma(1-\frac{s}{\alpha})-1\right)^4}. \qquad (17)$$

Из выражения (17) следует, что дисперсия оценок (15)-(16) является конечной на интервале $s\in(-\frac{1}{2};\frac{\alpha}{2})$. График функции $D_0(\alpha,s)$ представлен на рис. 1.

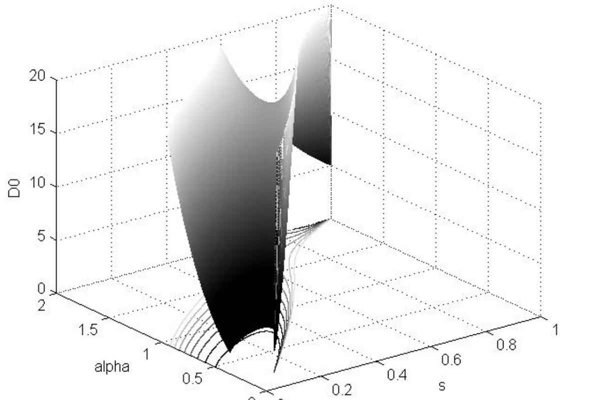

Рис. 1 – График асимптотической дисперсии оценок $D_0(\alpha,s)$ по модели (16)

Приведённый график иллюстрирует тот факт, что для каждого значения оцениваемой величины α существуют оптимальные значения дробного порядка $s_{\min}(\alpha)=\underset{-1/2<s<\alpha/2}{\arg\min}\left(D_0(\alpha,s)\right)$, обеспечивающие локальный минимум величине асимптотической дисперсии оценок.

Эта зависимость может быть аппроксимирована выражением

$$s_{\min}^{pow}=0.35281\cdot\alpha^{1.2332}, \qquad (18)$$

Таким образом, для оценки индекса устойчивости можно применить простейшую итерационную процедуру:

$$s^{(m+1)}=s_{\min}^{pow}\left(\widehat{\alpha}(n,s^{(m)})\right),\quad m=1,2,... \qquad (19)$$

где функции $s_{\min}^{pow}(\widehat{\alpha})$ и $\widehat{\alpha}(n,s^{(m)})$ вычисляются согласно (18) и (16) соответственно.

Условие выхода из (19) имеет вид $\left|s^{(m+1)}-s^{(m)}\right|\le tol$. В качестве значений $s^{(0)}$ и tol можно взять 0.25 и 10^{-4} соответственно.

Результаты численного моделирования показали, что процедура (19) обеспечивает оценку индекса устойчивости в диапазоне $0.6<\alpha<1.9$ с погрешностью $tol=10^{-4}$ не более, чем за пять итераций. Основным достоинством описанного метода является низкая вычислительная сложность, составляющая $\theta(n)$ за одну итерацию (19). Основным компонентом вычислений является расчёт самих дробных моментов (13).

Выводы и перспективы дальнейших исследований. В работе рассмотрены математические модели самоподобных случайных процессов. Отмечено, что одной из таковых является модель процессов Леви, известная также как Levy flight. Проведён анализ существующих методов оценки показателя Хёрста и их применимость для процессов Леви. Он показал, что метод нормированного размаха и метод изменения дисперсии ряда неприменимы к анализу временных рядов, порождённых процессом Леви, а при использовании методов флуктуационного анализа и МФДФА на порядок используемых моментов накладывается ограничение: $0<s<\alpha/2<1$. Рассмотрен частный случай процесса Леви, при котором приращения независимы. Вследствие этого показатель Хёрста и индекс устойчивости функционально связаны соотношением $H=1/\alpha$. Для этого частного случая решена задача оптимального подбора величины используемого момента, обеспечивающая субэффективное оценивание характеристики самоподобия.

Направлением дальнейших исследований должно стать обобщение предложенного подхода, основанного на методе дробных моментов, на процессы Леви общего вида с целью подбора такого порядка момента, при котором обеспечивается наибольшая точность оценивания показателя Хёрста.

Список литературы

1. Kirichenko, L. Comparative analysis of statistical properties of the Hurst exponent estimates obtained by different methods [Text] / L. Kirichenko, T. Radivilova Eds. K. Markov, V. Velychko, O. Voloshin // Information Models of Knowledge. – 2010. – P. 451–459.
2. Кроновер, Р. Фракталы и хаос в динамических системах.

Основы теории [Текст] / Р.Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000. – 352 с.
3. Федер, Е. Фракталы [Текст] / Е.Федер. – М.: Мир, 1991, – 254 с.
4. Мандельброт, Б. Фрактальная геометрия природы [Текст] / Б. Мандельброт. – М.: Институт компьютерных исследований, 2002. – 656 с.
5. Ширяев, А. Н. Основы стохастической финансовой математики [Текст] / А. Н. Ширяев. – М.: Фазис, 1998. – Т. 1. – 275 с.
6. Clegg, R. G. A practical guide to measuring the Hurst parameter [Text] / R. G. Clegg // Arhiv preprint math/0610756. – 2006.
7. Kantelhardt, J. W. Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis [Text] / J. W. Kantelhardt, E. Koscielny-Bunde, H.H.A. Rego, S. Havlin, A. Bunde // Physica A: Statistical Mechanics and its Applications. – 2001, Vol. 295, Issues 3–4, P. 441–454. doi:10.1016/s0378-4371(01)00144-3
8. Золотарев, В. М. Одномерные устойчивые распределения [Текст] / В. М. Золотарев. – М., Наука, 1983. – 304 с.
9. Kirichenko, L. Analysis of the properties of ordinary Levy motion based on the estimation of stability index [Text] / L. Kirichenko, V. Shergin // Information Content and Processing. – 2014. – Vol. 1, No 2. – P. 170–181.
10. Шергин, В. Л. Оценивание индекса устойчивости альфа-устойчивых распределений методом дробных моментов [Текст] / В. Л. Шергин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2013. – № 6/4, – С. 25–30. Режим доступа: http://journals.uran.ua/eejet/article/view/19176/17109
11. Шергин, В. Л. Аппроксимация оценки индекса устойчивости SαS-распределений [Текст] / В. Л. Шергин // Восточно-Европейский журнал передовых технологий. – 2014. – № 1/4. – С.34–38. doi:10.15587/1729-4061.2014.20245

Bibliography (tr ansliterated):

1. Kirichenko, L., Radivilova, T., Markov, K., Velychko, V., Voloshin, O. (2010). Comparative analysis of statistical properties of the Hurst exponent estimates obtained by different methods. Information Models of Knowledge: ITHEA. Kiev-Sofia, 451–459.
2. Kronover, R. (2000). Fraktaly i haos v dinamicheskih sistemah. Osnovy teorii. Moscow: Postmarket, 352.
3. Feder, E. (1991). Fraktaly. Moscow: Mir, 254.
4. Mandel'brot, B. (2002). Fraktal'naja geometrija prirody. Moscow: Institut komp'juternyh issledovanij, 656.
5. Shirjaev, A. N. (1998). Osnovy stohasticheskoj finansovoj matematiki. Moscow: Fazis, 275.
6. Clegg, R. G. (2006). A practical guide to measuring the Hurst parameter. Arhiv preprint math/0610756.
7. Kantelhardt, J. W., Koscielny-Bunde, E., Rego, H. H., Havlin, S., & Bunde, A. (2001). Detecting long-range correlations with detrended fluctuation analysis. Physica A: Statistical Mechanics and Its Applications, 295(3-4), 441-454. doi:10.1016/s0378-4371(01)00144-3
8. Zolotarev, V. M. (1983). Odnomernye ustojchivye raspredelenija. Moscow: Nauka, 304.
9. Kirichenko, L., Shergin, V. (2014). Analysis of the properties of ordinary Levy motion based on the estimation of stability index. Information Content and Processing, 1 (2), 170–181.
10. Shergin, V. (2013). Estimation of the stability factor of alpha-stable laws using fractional moments method. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 6(4 (66)), 25–30. Available at: http://journals.uran.ua/eejet/article/view/19176/17109
11. Shergin, V. (2014). Approximation an estimate of the sαs-distributions stability factor. Eastern-European Journal of Enterprise Technologies, 1(4 (67)), 34–38. doi:10.15587/1729-4061.2014.20245

Поступила (received) 14.01.2016

Бібліографічні описи / Библиографические описания / Bibliographic descriptions

Оцінювання показника Херста для процесів Леві/ В. Л. Шергін, Е. Е. Дереза, В. С. Передерій// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 4(1176). – С.84–88. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2079-5459.

Оценивание показателя Хёрста для процессов Леви/ В. Л. Шергин, Э. Э. Дереза, В. С. Передерий// Вісник НТУ «ХПІ». Серія: Механіко-технологічні системи та комплекси. – Харків : НТУ «ХПІ», 2016. – No 4(1176). – С.84–88. – Бібліогр.: 11 назв. – ISSN 2079-5459.

Estimation the Hurst exponent of the ordinary Lévy process/ V. Shergin, E. Dereza, V. Perederiy//Bulletin of NTU "KhPI". Series: Mechanical-technological systems and complexes. – Kharkov: NTU "KhPI", 2016. – No 4 (1176) .– P. 84–88. – Bibliogr.: 11. – ISSN 2079-5459.

Відомості про авторів / Сведения об авторах / About the Authors

Шергін Вадим Леонідович – кандидат технічних наук, Харківський національний університет радіоелектроніки, доцент кафедри штучного інтелекту; пр. Леніна, 14, м. Харків, Україна, 61166; e-mail: vadim.shergin@nure.ua.

Дереза Едуард Ернстович – аспірант Харківський національний університет радіоелектроніки; кафедра штучного інтелекту; пр. Леніна, 14, м. Харків, Україна, 61166.

Передерій Віталій Сергійович – аспірант Харківський національний університет радіоелектроніки; кафедра штучного інтелекту; пр. Леніна, 14, м. Харків, Україна, 61166.

Шергин Вадим Леонидович – кандидат технических наук, доцент, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, доцент кафедры искусственного интеллекта; пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166;, e-mail: vadim.shergin@nure.ua.

Дереза Эдуард Эрнстович – аспирант, Харьковский национальный университет радиоэлектроники; кафедра искусственного интеллекта; пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166.

Передерий Виталий Сергеевич – аспирант, Харьковский национальный университет радиоэлектроники; кафедра искусственного интеллекта; пр. Ленина, 14, г. Харьков, Украина, 61166.

Shergin Vadim – Ph.D., associate professor, Artificial Intelligence department, Kharkiv National University of Radio Electronics; 14 Lenin Ave., 61166 Kharkiv, Ukraine; e-mail: vadim.shergin@nure.ua.

Dereza Eduard – graduate student, Kharkiv National University of Radio Electronics; Artificial Intelligence department, 14 Lenin Ave., 61166 Kharkiv, Ukraine.

Perederiy Vitaliy – graduate student, Kharkiv National University of Radio Electronics; Artificial Intelligence department, 14 Lenin Ave., 61166 Kharkiv, Ukraine.